

# Numerische Untersuchung instationärer Effekte in Hochdruckdampfturbinen

von

Dipl.-Ing. Michael Moczala  
aus Rybnik/Polen

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades  
Doktor-Ingenieur  
des Fachbereiches Maschinenwesen  
der Universität Duisburg-Essen

Tag der mündlichen Prüfung:

05. März 2004

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. Dieter Wissussek

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Ernst von Lavante

Prof. Dr.-Ing. Walter Bitterlich

# Vorwort

Dieser Dissertation liegt meine Forschungsarbeit zugrunde, die ich innerhalb des Verbundprojektes „Gas- und Dampfturbinen für das Kraftwerk des 21. Jahrhunderts“, auch „AG Turbo II“ genannt, durchgeführt habe. Das Vorhaben habe ich als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Strömungsmaschinen der Universität Duisburg-Essen in einer Kooperation mit der Firma SIEMENS Power Generation zwischen September 1999 und August 2003 bearbeitet.

Dem Industriepartner und dem Bundesministerium für Wirtschaft und Arbeit danke ich für die Mittel, die es mir ermöglichten an einer sehr interessanten und zukunftsorientierten Problematik zu forschen. Das Förderkennzeichen des Vorhabens lautete: 0327061D/8.

Ein besonderer Dank gilt meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. Ernst von Lavante, der die Projektarbeit wissenschaftlich geführt hat. Für seine fachliche und persönliche Betreuung bin ich ihm sehr verbunden. Mein Dank gilt ebenfalls Herrn Prof. Dr.-Ing. Walter Bitterlich für sein Engagement als Gutachter und für viele wichtige Tipps bei der Erstellung dieses Manuskripts. Herrn Prof. Dr.-Ing. Dieter Wissussek danke ich für die freundliche Übernahme der Funktion des Prüfungsvorsitzenden.

Ganz herzlich möchte ich mich bei Herrn Dr.-Ing. Manuchehr Parvizinia für die industrieseitige Betreuung des Projektes, eine enge Mitarbeit und zahlreiche Anregungen und Ideen bedanken.

An dieser Stelle möchte ich auch allen anderen Mitgliedern der Forschungsgemeinschaft „AG Turbo II“ für einen sehr fruchtbaren und aufschlussreichen Erfahrungsaustausch danken.

Allen Mitarbeitern des Lehrstuhls für Strömungsmaschinen der Universität Duisburg-Essen danke ich für ein äußerst angenehmes Arbeitsklima sowie zahlreiche fachliche Diskussionen.

Nicht zuletzt möchte ich meiner Familie und insbesondere meiner Ehefrau für eine verständnisvolle und engagierte Unterstützung während meiner Promotion danken.

Essen, März 2004

Michael Moczala

# Inhaltsverzeichnis

<b>Nomenklatur</b>	<b>1</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>5</b>
1.1 Motivation . . . . .	5
1.2 Stand der Forschung . . . . .	6
<b>2 Theoretische Grundlagen</b>	<b>9</b>
2.1 Navier-Stokes Gleichungen . . . . .	9
2.1.1 Grundform . . . . .	9
2.1.2 Rotierendes System . . . . .	11
2.1.3 Schließung der Bestimmungsgleichungen . . . . .	13
2.2 Turbulenzmodellierung . . . . .	15
2.2.1 Standard $k - \varepsilon$ Modell . . . . .	18
2.2.2 Realizable $k - \varepsilon$ Modell . . . . .	19
2.2.3 RNG $k - \varepsilon$ Modell . . . . .	20
2.3 Wandbehandlung . . . . .	22
2.3.1 Wandfunktionen . . . . .	23
2.3.2 2-Schichten Modell . . . . .	25
2.4 Numerisches Lösungsverfahren . . . . .	26
2.4.1 Diskretisierung . . . . .	26
2.4.2 Lösungsalgorithmen . . . . .	30
2.4.3 Unterrelaxationen . . . . .	31
2.4.4 Multigrid . . . . .	32
2.5 Berechnungsnetze . . . . .	33
2.6 Randbedingungen . . . . .	37
2.6.1 Einströmung . . . . .	37
2.6.2 Abströmung . . . . .	39
2.6.3 Periodische RB . . . . .	40
2.6.4 Wände . . . . .	40
2.6.5 „Sliding Mesh“ . . . . .	40
2.7 Mittelungsverfahren . . . . .	42
2.7.1 Räumliche Mittelung . . . . .	42

2.7.2	Zeitliche Mittelung . . . . .	44
2.8	Verlustabschätzung . . . . .	45
<b>3</b>	<b>Vorbereitende Arbeiten</b>	<b>47</b>
3.1	Wahl der Lösungsalgorithmen . . . . .	47
3.2	Wahl der Diskretisierungsgenauigkeit . . . . .	51
3.2.1	Netzverfeinerungsstudie . . . . .	51
3.2.2	Zeitschrittverfeinerungsstudie . . . . .	52
3.3	Netzgenerierung . . . . .	54
3.4	Fehleranalyse . . . . .	57
<b>4</b>	<b>Ergebnisse</b>	<b>59</b>
4.1	Stationäre Gittersimulationen . . . . .	59
4.2	Instationäre Stufensimulationen . . . . .	64
4.2.1	Gleiche Teilungen im Stator und Rotor . . . . .	64
4.2.2	Unterschiedliche Teilungen im Stator und Rotor . . . . .	76
4.3	Instationäre Simulationen von $1\frac{1}{2}$ Stufen . . . . .	80
4.4	Instationäre 3-D Simulationen einer Stufe . . . . .	83
4.5	Diskussion der Ergebnisse . . . . .	87
<b>5</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>89</b>
<b>A</b>	<b>Anhang</b>	<b>91</b>
A.1	Grundlegende Operatorfunktionen . . . . .	91
A.2	Grundlegende Tensoroperationen . . . . .	92
A.3	Einige Beziehungen für das ideale Gas konstanter spezifischer Wärme . . . . .	93
A.4	Definitionen der Geometriegrößen . . . . .	94

# Nomenklatur

## Formelzeichen:

Symbol	Einheit	Bedeutung
$a$	m/s	Schallgeschwindigkeit
$b_{ax}$	m	axiale Gitterbreite
$c$	m/s	Absolutgeschwindigkeit
$c_p$	J/(kg·K)	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck
$c_v$	J/(kg·K)	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen
$d_h$	m	hydraulischer Durchmesser
$e$	J/kg	spezifische Energie
$f$	Hz	Frequenz
$g$	m/s <sup>2</sup>	Erdbeschleunigung
$h$	J/kg	spezifische Enthalpie
$h^*$	m	Höhenkoordinate
$k$	m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>	turbulente kinetische Energie
$l_{arc}$	m	Bogenlänge
$l_c$	m	charakteristische Länge
$l_s$	m	Sehnenlänge
$l_{Bi}$	m	Bitangentenlänge
$\dot{m}$	kg/s	Massenstrom
$p$	Pa	statischer Druck
$q$	J/kg	spezifische Wärme
$r$	m	Radialkoordinate
$s$	J/(kg·K)	spezifische Entropie
$s_{ax}$	m	axialer Gitterabstand
$t$	s	Zeit
$t^*$	m	Gitter-Teilung
$u$	m/s, m	Umfangsgeschwindigkeit, Umfangskoordinate

---

$w$	m/s	Relativgeschwindigkeit
$x$	m	Axialkoordinate, Raumkoordinate
$y$	m	Wandabstand, Raumkoordinate
$A$	m <sup>2</sup>	Fläche
$F$	N	Gesamtkraft
$F_p$	N	Druckkraft
$F_\tau$	N	Reibungskraft
$H^*$	m	Schaufelhöhe
$K$	W/(m·K)	Wärmeleitfähigkeit
$Ma$	-	Mach-Zahl
$N$	-	Anzahl der Schaufeln
$R$	J/(kg·K)	Gaskonstante
$Re$	-	Reynolds-Zahl
$Str$	-	Strouhal-Zahl
$T$	K	Temperatur
$T^*$	s	Periode
$Tu$	-	Turbulenzgrad
$U$	m/s	Geschwindigkeit
$U_\lambda$	m/s	charakteristische Geschwindigkeit
$V$	m <sup>3</sup>	Volumen
$\alpha$	Grad	Absolutwinkel
$\beta$	Grad	Relativwinkel
$\beta_s$	Grad	Staffelungswinkel im Béziersystem
$\beta_{Bi}$	Grad	Bitangentenwinkel
$\gamma$	Grad	Winkel in einer Netzzellen
$\delta$	Grad	Winkel der Strömungsgeschwindigkeit zur Axialrichtung
$\varepsilon$	m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup>	turbulente Dissipationsrate
$\zeta$	-	Druckverlustbeiwert
$\eta$	-	aerodynamischer Wirkungsgrad
$\theta$	kg/s <sup>3</sup>	Schubspannungsleistung
$\kappa$	-	isentropes Exponent
$\lambda$	Pa·s	Querkontraktionszahl
$\mu$	Pa·s	dynamische Viskosität
$\nu$	m <sup>2</sup> /s	kinematische Viskosität

$\xi$	-	Energieverlustbeiwert
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	Dichte
$\varrho$	m	Radius
$\tau$	Pa	Schubspannung
$\varphi$	rad	Winkelkoordinate
$\psi$	-	Entropieverlustbeiwert
$\omega$	-	Totaldruckverlustbeiwert
$\Lambda$	-	Reaktionsgrad
$\Omega$	rad/s	Winkelgeschwindigkeit

**Indizes:****Symbol    Bedeutung**

0, 1, 2, 3	Mittelungsebene
$a, x$	Axialkomponente
$Bi$	Bitangentenkoordinatensystem
$is$	isentrop
$i, j, k$	Indizes für Koordinatenrichtungen
$r$	Relativsystem
$t$	Totalzustand
$u, y$	Umfangskomponente
$w$	Wand
$C$	konvektiv
$D$	diffusiv
$L$	laminar
$R$	Rotor
$S$	Stator
$T$	turbulent

**Positionen der Mittelungsebenen:**

- 0 - 50%  $l_s$  stromaufwärts von Stator VK
- 1 - 8%  $l_s$  stromabwärts von Stator HK
- 2 - [ einzelne Stufe: 20%  $l_s$  stromabwärts von Rotor HK  
 $1\frac{1}{2}$  Stufen: 8%  $l_s$  stromabwärts von Rotor HK
- 3 - 20%  $l_s$  stromabwärts von HK des zweiten Stators

**Abkürzungen:**

max	maximaler Schwankungswert
min	minimaler Schwankungswert
CFD	„Computational Fluid Dynamics“
DFT	„Diskrete Fourier Transformation“
DS	Druckseite
Gitter	stationäre Gitterrechnung
HK	Hinterkante
RB	Randbedingung
RHS	rechte Seite - „Right Hand Side“
RMS	Standardabweichung - „Root Mean Square“
SS	Saugseite
VK	Vorderkante

**Weitere Bezeichnungen:**

$G$	Fluss
$\vec{l}$	Einheitsvektor
$N$	Elementenzahl
$\overline{X}$	umfangsgemittelter Wert
$\tilde{X}$	zeitlicher Mittelwert
$X'$	Schwankungswert
$ X $	Amplitude, Betrag
$\delta_{ij}$	Kronecker-Delta
$\epsilon$	Fehler
$\epsilon_{ijk}$	Permutationssymbol



# 1 Einleitung

## 1.1 Motivation

Aus ökologischen Gründen wird angestrebt, den in Kraftwerken entstehenden Ausstoß von schädlichen Stoffen, wie zum Beispiel Kohlendioxid, zu reduzieren. Diese Reduktion wird nicht durch eine einzelne Maßnahme erreicht, sondern kann nur als Summe von verschiedenen konstruktiven Verbesserungen der Kraftwerkskomponenten erzielt werden. Zu diesen Komponenten gehört bei der Elektrizitätserzeugung insbesondere die Dampfturbine.

In den letzten Jahren konnte man einen großen Fortschritt bei der Reduktion der Verluste in Turbomaschinen beobachten. Weitere Verbesserungen sind jedoch immer schwieriger zu realisieren. Die instationären Effekte, deren komplexe physikalische Grundlagen immer noch nicht vollständig verstanden sind, verbergen jedoch ein bedeutendes Optimierungspotenzial. Ein genaueres Wissen über diese Vorgänge wird es ermöglichen, die Bauweise der zukünftigen Dampfturbinen optimaler zu gestalten. Daraus werden höhere Wirkungsgrade, längere Lebensdauer und höhere Zuverlässigkeit der betroffenen Komponenten direkt resultieren. Dies wird wiederum zur Steigerung der Umweltfreundlichkeit und Wirtschaftlichkeit moderner Kraftwerke führen.

Das Ziel der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen ist, eine bessere Kenntnis der phänomenologischen Details der instationären Verlustmechanismen sowie der strömungsmechanischen Wechselwirkung zwischen den gehäusefesten (Leitschaufelgitter) und den rotierenden (Laufschaukelgitter) Komponenten in der Maschine zu gewinnen. Von besonderem Interesse sind neben dem zeitveränderlichen Verlustverhalten die dynamischen Belastungen der Beschaukelung. Mit diesem Wissen wird es möglich sein, die entsprechenden Sicherheitsfaktoren, die zur Zeit sehr konservativ ausgelegt sind, kleiner zu wählen. Als Resultat werden zum Beispiel die Belastungen durch Fliehkräfte erhöht und das Höhenverhältnis  $H^*/l_s$  vergrößert werden können. Dadurch wird der Wirkungsgrad der einzelnen Stufen unmittelbar verbessert. Das vertiefte Verständnis der instationären Phänomene ist auch notwendig, um die geometrische Formen der Beschaukelung strömungsgünstiger zu gestalten. Dabei werden die temporären Fluktuationen der Zuströmung besser einbezogen. Essentiell ist ebenfalls der Einfluss anderer geometrischer Parameter wie Axialspalt, Clocking oder das Verhältnis der Teilungen. Im Vordergrund der Untersuchungen steht die phänomenologische Analyse der physikalischen Vorgänge. Die Arbeit ist in mehreren Stufen steigender Komplexität ausgeführt worden, um das Verständnis der instationären Effekte in logischer Weise aufzubauen. Dabei wurde eine große Anzahl von für eine Dampfturbine typischen Einflussparametern variiert.

## 1.2 Stand der Forschung

Das Problem der instationären Strömung in Turbomaschinen wurde bereits in mehreren Übersichtsarbeiten, wie zum Beispiel Dawes [15, 16] oder Greitzer [34], diskutiert. Einerseits sind die Verlustfaktoren aufgrund der instationären Effekte im Vergleich mit den stationären Werten etwas ungünstiger, andererseits wurde aber auch bei den zeitlich veränderlichen Phänomenen eine stabilisierende Auswirkung beobachtet - Gallus [29]. Lewis et al. [61] haben berichtet, dass die zeitlich gemittelten instationären Belastungen der Stator- und Rotorscheaufeln in einer transsonischen Axialturbine kleiner als die stationären Werte sind.

Auch unterschiedliche Methodik wurde bei den Untersuchungen angewendet. Neben experimentellen (Dunn et al. [20] oder Walraevens [97]) und numerischen (Hodson et al. [39] oder Engel [23]) Arbeiten, deren Kern die Lösung voller Navier-Stokes Gleichungen für turbulente, kompressible und viskose Strömungen ist, wurden diverse analytische Ansätze entwickelt (Fritsch und Giles [28] oder Hall et al. [36]). Die CFD-Untersuchungen der Stator-Rotor Interaktion werden prinzipiell auf drei unterschiedliche Arten durchgeführt. Einen Überblick über die Methoden findet man zum Beispiel in von Lavante et al. [59].

Die erste Vorgehensweise, die „Frozen Rotor“ oder „quasi instationär“ genannt wird, versucht die zeitabhängigen Effekte durch mehrere über die Schaufelperiode verteilte stationäre Lösungen nachzubilden. Diese Methodik wird aufgrund ihrer Schnelligkeit bevorzugt benutzt. Sie liefert aber Ergebnisse, die unter Umständen ein stark verfälschtes Bild der realen Strömung wiedergeben. Eine andere Methode, die „Mixing Plane Model“ oder auch als „quasi stationär“ bezeichnet wird, behandelt ebenfalls stationäre Stator-Rotor Konfigurationen in denen die Strömungsgrößen an einem willkürlichen Interface zwischen den Schaufelreihen (Rie et al. [80]) gemittelt werden. In der Regel erfolgt die Mittelung nur in der Umfangsrichtung. Dieser Ansatz vernachlässigt zwar die Ausbreitung der Potenzial- und Nachlaufeffekte, hat aber neben Schnelligkeit den Vorteil, dass Konfigurationen mit unterschiedlichen Teilungen in den jeweiligen Schaufelreihen berechnet werden können. Die Benutzung des Verfahrens ist nur legitim, wenn instationäre Wechselwirkungen schwach sind - zum Beispiel bei großen Axialspalten und vernachlässigbaren Nachlaufeffekten.

Viele Vergleiche mit Messergebnissen (z. B. Yan und Gregory-Smith [102]) zeigen jedoch, dass die einzigen Methoden, die zuverlässige instationäre Ergebnisse liefern, die voll instationären Verfahren sind, die auf dem „Sliding Mesh“ [78] oder „Tilting Mesh“ [33] Einsatz basieren.

Die Wechselwirkung zwischen Rotor und Stator einer axialen Gasturbine wurde von Sharma et al. [88] analysiert. Hierzu wurden experimentelle wie auch numerische Ergebnisse vorgestellt. Daraus geht hervor, dass viele dreidimensionale Strukturen in der Strömung, die entweder im ersten Leitschaufelkranz oder sogar stromaufwärts davon erzeugt werden, bis zum Stator der zweiten Stufe erkennbar sind und das instationäre Verhalten der Strömung beeinflussen. Hierzu zählen Nachläufe des ersten Stators, Hufeisenwirbel an der Schaufelspitze und an der Nabe sowie Sekundärwirbel und Heißgasstrahlen, die durch Ungleichmäßigkeiten

in der Temperaturverteilung in der Brennkammer gebildet werden.

Die Wechselwirkung zwischen dem Stator-Nachlauf und Rotor für den Fall einer Axialturbine wurde von Zaccaria und Lakshminarayana [104, 105] experimentell untersucht. Laut ihrem Bericht sind unter anderem die starken lokalen Beschleunigungen an den Schaufelsaugseite für die Wechselwirkung zwischen dem Nachlauf der ersten Leitschaufelreihe und der stromabwärts liegenden Laufschaufelreihe verantwortlich.

Bei der Applikation der Forschungsergebnisse auf das Gebiet der axialen Dampfturbinen sollten aber einige Einschränkungen beachtet werden. Viele Forschungsprojekte auf diesem Gebiet sind für die modernen hoch belasteten Dampfturbinen nur von relativ begrenzter praktischer Bedeutung, da sie sich entweder mit einzelnen Schaufelprofilen oder mit axialen Verdichtern befassen - Probasco et al. [76] oder Mitran et al. [63]. Die Ergebnisse und die daraus folgenden Erkenntnisse, die für die axialen Verdichter gewonnen wurden, können aber nicht ohne weiteres auf die axialen Turbinen übertragen werden. Schon bei der zweidimensionalen Betrachtung weist die Strömung in einer Turbine erhebliche Differenzen auf, da hier das Strömungsfeld beschleunigt und wesentlich stärker umgelenkt wird. Im dreidimensionalen Fall tritt in einer typischen axialen Turbine der so genannte Hufeisenwirbel („Horseshoe Vortex“) auf, der im allgemeinen in Verdichtern nicht vorhanden ist. Außerdem ist hier die Sekundärströmung wegen der wesentlich stärkeren Umlenkung ausgeprägter. Zum Teil wurde bei manchen Untersuchungen der axiale Spalt unrealistisch groß gewählt. Moderne Turbinen haben einen axialen Spalt der etwa 20% der Leitschaufelsehne beträgt, es wurden aber meistens Spalte von über 40% der Schaufelsehne untersucht. Es besteht deshalb nach wie vor ein großer Bedarf an intensiver Forschungsarbeit auf dem Gebiet der Analyse instationärer Strömungen in Turbinenstufen.

Die Theorie der instationären Strömung in Turbomaschinen wurde zum Beispiel von Wisler et al. [99] behandelt. Die instationären Wellenvorgänge, die in den Turbomaschinenkomponenten auftreten, werden hier in drei Gruppen aufgeteilt, wobei die so genannten Längenskalen („length scales“) und damit auch die charakteristischen Frequenzen dieser Phänomene maßgeblich sind. Verglichen werden die Längenskalen mit den Sehnenlängen der Schaufelprofile.

Die hochfrequenten Vorgänge sind folglich durch kurze Längenskalen („short length scales“) beschrieben, die mindestens eine Größenordnung kürzer als die entsprechende Schaufelprofilesehne sind. Hierzu zählen die meisten Vorgänge, die durch Reibungseffekte verursacht werden. Es handelt sich hier zum Beispiel um instationäre Verdichtungsstoß-Grenzschicht Wechselwirkungen oder um instationäre Wirbelschleppen im Nachlauf der Schaufeln, die sich durch eine „Ondulation“ des Nachlaufs bemerkbar machen. Die Frequenzen dieser Vorgänge sind meistens eine Funktion der geeignet definierten Reynolds-Zahl, die typischerweise zwischen  $10^5$  und  $10^7$  liegt. Sie sind aus konstruktiver Sicht relativ belanglos, können aber das untersuchte Strömungsfeld durch nichtlineare Kopplungsmechanismen stark beeinflussen.

Von großer praktischer Bedeutung sind die Phänomene der mittleren Längenskalen („middle length scale“), da sie für die aerodynamische wie auch strukturtechnische Auslegung von

Interesse sind. In diesem Bereich findet man die meisten von der Konvektion dominierten Interaktionsmechanismen zwischen den gehäusefesten und rotierenden Komponenten. Ein typisches Beispiel ist die gegenseitige Beeinflussung der Schaufelreihen, die sich im Unterschallbereich aus dem elliptischen Charakter des Strömungsfeldes ergibt, und deshalb als Potenzialwirkung bezeichnet wird. Die Auswirkungen verhalten sich elliptisch, so dass stromauf- wie auch stromabwärts laufende Einflüsse zu beobachten sind. Ein weiteres Beispiel ist die Wechselwirkung zwischen dem Nachlauf einer Schaufelreihe und der sich dazu relativ bewegenden nächsten Schaufelreihe. In diesem Fall hat die Interaktion vorwiegend parabolischen Charakter - der Einfluss des Nachlaufs ist hauptsächlich stromabwärts zu finden. Des Weiteren können auch instationäre Nichtlinearitäten, wie zum Beispiel Verdichtungsstoßwellen, die Strömung in den benachbarten Schaufelkränzen verändern. Der Charakter dieser Interaktionsmechanismen ist hyperbolisch. Trotz der drei möglichen Arten instationärer Wechselwirkung werden häufig - und leider nicht ganz richtig - alle mittelfrequenten Effekte zusammenfassend als Stromaufpotenzialwirkungen bezeichnet. Sie sind zum Teil für signifikante Druckfluktuationen auf der Schaufeloberfläche verantwortlich und können lokal zu einer dynamischen Überbeanspruchung der Schaufeln führen.

Die niederfrequenten Phänomene besitzen Längenskalen, die mindestens eine Größenordnung größer sind als die Teilung zwischen den Schaufeln. Sie sind wichtig für das globale Verhalten der jeweiligen Turbomaschine. Darunter fallen zum Beispiel Verdichterpumpen, „Rotating Stall“, „Brummen“ oder niederfrequentes Flattern der Schaufeln.

Zwischen den drei einzelnen Bereichen können keine scharfen Grenzen gezogen werden, da in der Praxis eine eindeutige Kategorisierung nicht möglich ist. Die oben erklärte Betrachtungsweise ist aber wichtig im Zusammenhang mit den numerischen Methoden, die diese Strömungsfelder simulieren sollen. Die zeitliche und örtliche Auflösung der betreffenden numerischen Methode sollten als entsprechende Filter verstanden werden, die meistens nur einen begrenzten Frequenzbereich der instationären Vorgänge abdecken können. Die hochfrequenten Phänomene werden häufig wegen der benötigten hohen Auflösung in Zeit und im Raum nicht direkt simuliert. Die niederfrequenten Effekte sind sehr aufwendig zu simulieren, da in diesem Fall ganze Komponenten berücksichtigt werden müssen. Folglich werden die mittelfrequenten Vorgänge, nicht zuletzt wegen ihres direkten Einflusses auf die Formgebung der Schaufel, sehr intensiv untersucht.

## 2 Theoretische Grundlagen

Dieses Kapitel bezieht sich auf den im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Strömungslöser Fluent. Die vorgestellte Theorie lehnt sich an die Arbeiten von Grönner [35], Kistner [50] und Yao [103] an. Für weitere Erläuterungen und Einzelheiten wird hauptsächlich auf diese Literaturstellen und auf [43] verwiesen. Die im weiteren Verlauf des Kapitels verwendeten Operatorfunktionen und Tensoroperationen wurden in den Anhängen A.1 und A.2 definiert.

### 2.1 Navier-Stokes Gleichungen

Das Verhalten von Strömungen im Kontinuum wird durch die Navier-Stokes Gleichungen beschrieben, die unabhängig voneinander der französische Ingenieur Claude Navier (1785-1836) und der irische Mathematiker George Stokes (1819-1903) ermittelt haben. Die Gleichungen lassen sich aber auch durch Momentenbildung aus der Boltzmann-Gleichung bestimmen [71].

#### 2.1.1 Grundform

Die Navier-Stokes Gleichungen charakterisieren instationäre, reibungsbehaftete, kompressible und dreidimensionale Strömungen und basieren auf den Erhaltungsgleichungen von Masse, Impuls und Energie:

- **Kontinuitätsgleichung**

Die globale Kontinuitätsgleichung beschreibt die zeitliche Dichteänderung  $\partial\rho/\partial t$  eines Kontrollvolumens als Summe der ein- und ausfließenden Massenströme. Diese Bilanz führt zu folgender Beziehung:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \cdot \vec{U}) = 0 . \quad (2.1)$$

Hierin steht  $\rho$  für die Dichte,  $t$  für die Zeit und  $\vec{U}$  für den Geschwindigkeitsvektor.

- **Impulserhaltungssatz**

Jedes Fluidelement ist aufgrund seiner Masse und Geschwindigkeit mit einem Impuls behaftet. Dieser Impuls kann nach dem Newton'schen Grundgesetz nur durch die Wirkung von Kräften geändert werden. Diese Kräfte können sowohl als Oberflächen- wie auch als Volumenkräfte auftreten. In der vorliegenden Arbeit werden die Oberflächenkräfte durch Normal- und Tangentialspannungen repräsentiert. Als Volumenkraft wird ausschließlich die Trägheitskraft berücksichtigt. Der Einfluss der Erdbeschleunigung

$g$  wird bei dem vorliegenden Problem vernachlässigt. Die Impulsgleichung resultiert demnach zu:

$$\frac{\partial (\rho \cdot \vec{U})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \cdot \vec{U} \otimes \vec{U}) = -\nabla p + \nabla \cdot \bar{\bar{\tau}} , \quad (2.2)$$

wobei  $p$  für den statischen Druck und  $\bar{\bar{\tau}}$  für den sich aus Reibungseffekten ergebenden Schubspannungstensor steht.

Unter der Voraussetzung eines Newton'schen Fluids lassen sich die Schubspannungen im Medium in Abhängigkeit von den Geschwindigkeiten formulieren:

$$\bar{\bar{\tau}} = \lambda \cdot \nabla \cdot \vec{U} \cdot \bar{\bar{I}} + \mu \cdot \left( \nabla \vec{U} + (\nabla \vec{U})^T \right) . \quad (2.3)$$

$\bar{\bar{I}}$  ist hier der Einheitstensor,  $\lambda$  die Querkontraktionszahl und  $\mu$  die dynamische Viskosität.

- Energieerhaltungssatz

Die Energie eines Systems kann durch Verrichtung von Arbeit oder durch Zu- oder Abfuhr von Wärme geändert werden. Die Bilanzierung über ein Kontrollvolumen ergibt:

$$\frac{\partial e_t}{\partial t} + \nabla \cdot (e_t \cdot \vec{U}) = -\nabla \cdot (p \cdot \vec{U}) + \nabla \cdot (\bar{\bar{\tau}} \cdot \vec{U}) + \nabla \cdot \vec{q} \quad (2.4)$$

mit der volumenspezifischen totalen Energie  $e_t$  und dem Wärmestromvektor  $\vec{q}$ .

Zusammengefasst ergeben sich die Erhaltungssätze in integraler Form zu:

$$\int_V \frac{\partial \vec{Q}}{\partial t} dV + \oint_A \mathbf{G} \cdot \vec{n} dA + \int_V \vec{S} dV = \vec{0} , \quad (2.5)$$

wobei  $\vec{Q}$  der Vektor der konservativen Variablen ist. Er ergibt sich für einen dreidimensionalen Raum zu:

$$\vec{Q} = [\rho, \rho \cdot U_x, \rho \cdot U_y, \rho \cdot U_z, e_t]^T . \quad (2.6)$$

Hierin stehen  $\rho \cdot U_x$ ,  $\rho \cdot U_y$  und  $\rho \cdot U_z$  für den spezifischen Impuls in den drei kartesischen Koordinatenrichtungen. Der Term  $\partial \vec{Q} / \partial t$  beschreibt die zeitliche Änderung der abhängigen Variablen im Volumen  $V$ . Der Einfluss der Flüsse normal zur Oberfläche des Volumenelementes  $V$  mit der Fläche  $A$  wird durch die generalisierte Flussmatrix  $\mathbf{G}$  erfasst:

$$\mathbf{G} = \mathbf{G}_C - \mathbf{G}_D . \quad (2.7)$$

Sie beinhaltet die Einflüsse der konvektiven ( $\mathbf{G}_C$ ) und diffusiven ( $\mathbf{G}_D$ ) Terme. Der Vektor  $\vec{S}$  beschreibt zusätzliche Quellterme, die in dem betrachteten Volumenelement auftreten. Diese Quellen können durch das Vorhandensein einer Wärmequelle, dem Auftreten von chemischen Reaktionen oder durch eine rotatorische Bewegung bzw. rotatorische oder translatorische

Beschleunigung des Volumens  $V$  verursacht werden. Der Vektor  $\vec{S}$  lässt sich ebenfalls in einen konvektiven und diffusiven Teil aufspalten:

$$\vec{S} = \vec{S}_C - \vec{S}_D . \quad (2.8)$$

In dieser Arbeit stellt der Vektor die aufgrund der Rotation des Volumens um die x-Achse entstehenden Quellterme dar.

Durch Anwendung des Gauß'schen Integralsatzes [26] kann Gl. (2.5) in die schwach konservative Form oder Divergenzform der Erhaltungsgleichungen überführt werden. Sie lautet:

$$\frac{\partial \vec{Q}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{G} + \vec{S} = \vec{0} . \quad (2.9)$$

### 2.1.2 Rotierendes System

Für Turbomaschinenanwendungen erweist sich die Formulierung der Navier-Stokes Gleichungen für ein mit konstanter Winkelgeschwindigkeit  $\Omega$  um die raumfeste Maschinenachse rotierendes Zylinderkoordinatensystem als geeignet, da hierdurch in eleganter Weise sowohl die Rotationssymmetrie als auch die Drehung des Rotors berücksichtigt wird. Ausgehend von einem ortsfesten kartesischen  $x, y, z$  - Koordinatensystem lassen sich die Gleichungen in ein bewegtes zylindrisches  $x, \varphi, \varrho$  - Koordinatensystem mit Hilfe der Transformationsbeziehungen

$$\begin{aligned} x &= x & x &= x \\ \varphi &= \arctan(y/z) & \text{bzw.} & y = \varrho \cdot \sin \varphi \\ \varrho &= \sqrt{y^2 + z^2} & z &= \varrho \cdot \cos \varphi \end{aligned} \quad (2.10)$$

überführen. Der Winkelgeschwindigkeitsvektor zeigt in Richtung der  $x$  - Achse (Einheitsvektor  $\vec{I}_x$ ) und hat in beiden Koordinatensystemen die Form:

$$\vec{\Omega} = -\Omega \cdot \vec{I}_x = \text{konst.} . \quad (2.11)$$

Beim Wechsel ins Relativsystem ist zu beachten, dass anstelle der absoluten Totalzustände (siehe Anhang A.3) die relativen Größen zu verwenden sind. Die Integralen Navier-Stokes Gleichungen können dann, wiederum in streng konservativer Formulierung und unter der Voraussetzung von zeitunabhängigen Kontrollvolumina, wie folgt angegeben werden:

$$\begin{aligned} \int_V \frac{\partial \vec{Q}}{\partial t} dV &+ \iint (\mathbf{G}_C - \mathbf{G}_D) \cdot \vec{I}_x \cdot \varrho d\varphi d\varrho + \iint (\mathbf{G}_C - \mathbf{G}_D) \cdot \vec{I}_\varphi \cdot \varrho dx d\varrho + \\ &+ \iint (\mathbf{G}_C - \mathbf{G}_D) \cdot \vec{I}_\varrho \cdot \varrho dx d\varphi + \int_V (\vec{S}_C - \vec{S}_D) dV = \vec{0} \end{aligned} \quad (2.12)$$

mit der Matrix der konvektiven Flüsse und dem Vektor der konvektiven Quellterme

$$\mathbf{G}_C = \begin{bmatrix} \rho \cdot U_x & \rho \cdot U_\varphi & \rho \cdot U_\varrho \\ \rho \cdot U_x^2 + p & \rho \cdot U_x \cdot U_\varphi & \rho \cdot U_x \cdot U_\varrho \\ \rho \cdot U_\varphi \cdot U_x & \rho \cdot U_\varphi^2 + p & \rho \cdot U_\varphi \cdot U_\varrho \\ \rho \cdot U_\varrho \cdot U_x & \rho \cdot U_\varrho \cdot U_\varphi & \rho \cdot U_\varrho^2 + p \\ \rho \cdot h_t \cdot U_x & \rho \cdot h_t \cdot U_\varphi & \rho \cdot h_t \cdot U_\varrho \end{bmatrix} \quad \vec{S}_C = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho \cdot U_\varrho \cdot (U_\varphi + 2 \cdot \Omega \cdot \varrho) \\ -\rho \cdot (U_\varphi + \Omega \cdot \varrho)^2 - p \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

sowie der Matrix der diffusiven Flüsse und dem Vektor der diffusiven Quellterme

$$\mathbf{G}_D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \tau_{xx} & \tau_{x\varphi} & \tau_{x\varrho} \\ \tau_{\varphi x} & \tau_{\varphi\varphi} & \tau_{\varphi\varrho} \\ \tau_{\varrho x} & \tau_{\varrho\varphi} & \tau_{\varrho\varrho} \\ \theta_x - q_x & \theta_\varphi - q_\varphi & \theta_\varrho - q_\varrho \end{bmatrix} \quad \vec{S}_D = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \tau_{\varrho\varphi} \\ -\tau_{\varphi\varphi} \\ 0 \end{bmatrix} . \quad (2.14)$$

Die Totalenthalpie  $h_t$  lautet im Absolutsystem:

$$h_t = e_t + \frac{p}{\rho} \quad \text{mit} \quad e_t = e + \frac{1}{2} \cdot \vec{U}^2 \quad (2.15)$$

und im Relativsystem - die so genannte Rothalpie:

$$h_{tr} = e_{tr} + \frac{p}{\rho} \quad \text{mit} \quad e_{tr} = e + \frac{1}{2} \cdot \left( \vec{U}_r^2 - \Omega^2 \cdot \varrho^2 \right) . \quad (2.16)$$

Den inneren Energiezustand  $e$  beschreibt mit Hilfe der Temperatur  $T$  und der spezifischen Wärmekapazität bei konstantem Volumen  $c_v$  die kalorische Zustandsgleichung:

$$e = c_v \cdot T . \quad (2.17)$$

Der symmetrische Schubspannungstensor (Gl. (2.3)) hat in dem zylindrischen Koordinatensystem die Form:

$$\begin{aligned} \bar{\bar{\tau}} &= \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{x\varphi} & \tau_{x\varrho} \\ \tau_{\varphi x} & \tau_{\varphi\varphi} & \tau_{\varphi\varrho} \\ \tau_{\varrho x} & \tau_{\varrho\varphi} & \tau_{\varrho\varrho} \end{bmatrix} = \\ &= \mu \cdot \begin{bmatrix} 2 \cdot \frac{\partial U_x}{\partial x} + \Upsilon & \frac{1}{\varrho} \cdot \frac{\partial U_x}{\partial \varphi} + \frac{\partial U_\varphi}{\partial x} & \frac{\partial U_x}{\partial \varrho} + \frac{\partial U_\varrho}{\partial x} \\ \vdots & 2 \cdot \left( \frac{1}{\varrho} \cdot \frac{\partial U_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial U_\varrho}{\partial \varrho} \right) + \Upsilon & \frac{\partial U_\varphi}{\partial \varrho} - \frac{U_\varphi}{\varrho} + \frac{1}{\varrho} \cdot \frac{\partial U_\varrho}{\partial \varphi} \\ \text{sym.} & \dots & 2 \cdot \frac{\partial U_\varrho}{\partial \varrho} + \Upsilon \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.18)$$

wo:

$$\Upsilon = \frac{\lambda}{\mu} \cdot \left( \frac{\partial U_x}{x} + \frac{1}{\varrho} \cdot \frac{\partial U_\varphi}{\varphi} + \frac{U_\varrho}{\varrho} + \frac{\partial U_\varrho}{\partial \varrho} \right) . \quad (2.19)$$



Der Vektor der Schubspannungsleistung:

$$\vec{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_x \\ \theta_\varphi \\ \theta_\varrho \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{xx} \cdot U_x + \tau_{x\varphi} \cdot U_\varphi + \tau_{x\varrho} \cdot U_\varrho \\ \tau_{\varphi x} \cdot U_x + \tau_{\varphi\varphi} \cdot U_\varphi + \tau_{\varphi\varrho} \cdot U_\varrho \\ \tau_{\varrho x} \cdot U_x + \tau_{\varrho\varphi} \cdot U_\varphi + \tau_{\varrho\varrho} \cdot U_\varrho \end{bmatrix}. \quad (2.20)$$

Nach dem Fourier'schen Gesetz ist der Wärmestrom proportional zum Temperaturgradienten. Der Wärmetransport im Fluid folgt daher der Transportgleichung:

$$\vec{q} = -K \cdot \nabla T \quad (2.21)$$

und somit der Vektor des Wärmestroms:

$$\vec{q} = \begin{bmatrix} q_x \\ q_\varphi \\ q_\varrho \end{bmatrix} = -K \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial T}{\partial x} \\ \frac{1}{\varrho} \cdot \frac{\partial T}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial T}{\partial \varrho} \end{bmatrix}. \quad (2.22)$$

Dabei steht  $K$  für die Wärmeleitfähigkeit.

### 2.1.3 Schließung der Bestimmungsgleichungen

Gleichung (2.12) beschreibt formal fünf Beziehungen zur Bestimmung des Lösungsvektors  $\vec{Q}$ . In den Herleitungen treten allerdings die weiteren Unbekannten  $p$ ,  $T$ ,  $\mu$  und  $K$  auf. Zur Schließung des Gleichungssystems müssen deshalb weitere Annahmen über das strömende Medium gemacht werden.

Die Strömung wird als im lokalen thermischen Gleichgewicht befindlich angesehen und es wird von thermisch idealem Gas ausgegangen. Damit hat das untersuchte Medium eine konstante spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck:

$$c_p = \text{konst.} \quad (2.23)$$

Die thermische Zustandsgleichung lautet dann:

$$\frac{p}{\rho \cdot T} = R = \text{konst.} \quad (2.24)$$

Werden zusätzlich die Beziehungen  $R = c_p - c_v$ , mit  $R$  als Gaskonstante, und für den Isentropenexponenten  $\kappa = c_p/c_v$  benutzt, ergibt sich mit Hilfe von Gl. (2.17) der zur Schließung des Gleichungssystems benötigte Zusammenhang zwischen dem statischen Druck  $p$  und der inneren Energie zu:

$$e = \frac{1}{\kappa - 1} \cdot \frac{p}{\rho}. \quad (2.25)$$

Die stoffspezifischen Transportkoeffizienten  $\mu$  und  $K$  hängen sehr stark von dem Turbulenzgrad der Strömung ab. Eine direkte numerische Simulation aller in einer turbulenten Strömung vorhandenen Längen- und Zeitskalen ist jedoch für Turbomaschinenanwendungen

bislang aufgrund des immensen Ressourcenbedarfs nicht praktikierbar. Aus diesem Grund wird häufig eine statistische Betrachtungsweise der Strömung mit Hilfe der so genannten Turbulenzmodelle verwendet, die in dem Abschnitt 2.2 genauer beschrieben werden. In diesem Fall wird die dynamische Viskosität als Summe des laminaren  $\mu_L$  und des turbulenten  $\mu_T$  Anteils berechnet:

$$\mu = \mu_L + \mu_T . \quad (2.26)$$

Die Querkontraktionszahl (Viskositätskoeffizient)  $\lambda$  (Gl. (2.3) und (2.19)) wird nach der Stokes'schen Hypothese zu

$$\lambda = -\frac{2}{3} \cdot \mu_L \quad (2.27)$$

angenommen.

Die Wärmeleitfähigkeit ( $K = \frac{c_p \mu}{Pr}$ ) berechnet siehe zu:

$$K = c_p \cdot \left( \frac{\mu_L}{Pr_L} + \frac{\mu_T}{Pr_T} \right) . \quad (2.28)$$

Die laminare und turbulente Prandtl-Zahlen werden meist als Konstanten verwendet:

$$Pr_L = 0.72 \quad \text{bzw.} \quad Pr_T = 0.9 . \quad (2.29)$$

Bei dem für diese Arbeit relevanten Gas ist die laminare dynamische Zähigkeit  $\mu_L$  nur schwach druckabhängig und kann mit Hilfe des empirischen Sutherland-Gesetzes als Funktion der Temperatur ermittelt werden:

$$\mu_L = \mu_{\text{ref.}} \left( \frac{T}{T_{\text{ref.}}} \right)^{1.5} \cdot \frac{T_{\text{ref.}} + T_{\text{Sut.}}}{T + T_{\text{Sut.}}} . \quad (2.30)$$

Dabei sind die Konstanten:

$\mu_{\text{ref.}} = 1.789 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$  - Referenzviskosität,

$T_{\text{ref.}} = 273.11 \text{ K}$  - Referenztemperatur,

$T_{\text{Sut.}} = 110.56 \text{ K}$  - Sutherland-Temperatur.

## 2.2 Turbulenzmodellierung

Um eine Strömung vollständig beschreiben zu können, müssen auch die kleinsten Schwankungen der primitiven Variablen erfasst werden. Diese Schwankungen werden als „Turbulenz“ bezeichnet.

Man unterscheidet laminare und turbulente Strömungen. Die Grenze zwischen den beiden Strömungsarten kann durch eine kritische Reynolds-Zahl  $Re_{\text{krit.}}$  gekennzeichnet werden. Die Reynolds-Zahl ist definiert als

$$Re \equiv \frac{U \cdot l_c}{\nu_L} \quad (2.31)$$

mit  $U$  als Geschwindigkeit,  $l_c$  als charakteristischer Länge und  $\nu_L$  als kinematischer Viskosität ( $\nu_L = \mu_L / \rho$ ). Diese dimensionslose Kennzahl beschreibt das Verhältnis von Trägheits- zu Reibungskräften. Unterhalb einer kritischen Reynolds-Zahl, die z. B. für eine Rohrströmung bei etwa 2300 liegt [30], dominieren die viskosen Effekte und die Strömung wird als laminar bezeichnet. Nimmt die Reynolds-Zahl größere Werte an und wird der Einfluss der Trägheitskräfte stärker, spricht man von einem turbulenten Charakter der Strömung.

Da eine Auflösung der turbulenten Effekte eine sehr feine Diskretisierung in Ort und Zeit erfordert, ist es heutzutage nur mit einem sehr großem Rechenzeit- und Speicheraufwand möglich, die Bewegungsgleichungen für Strömungsprobleme technischer Anwendungen direkt zu lösen. Neben dieser **direkten numerischen Simulation** (DNS) gibt es das Gebiet der Turbulenzmodellierung. Dieses ermöglicht mit Hilfe von analytischen und empirischen Ansätzen eine gröbere Problemdiskretisierung.

Innerhalb der Modellierung turbulenter Strömungen können diverse Verfahren unterschieden werden. Die bekanntesten hierbei sind:

- **Statistische Turbulenzmodelle**

Werden die Erhaltungsgleichungen, die eine Strömung beschreiben, zeitlich gemittelt, ergibt sich ein Gleichungssystem. Dieses ist nicht geschlossen. Der Informationsverlust, der durch die zeitliche Mittelung hervorgerufen wird, äußert sich im Auftreten der unbekannten Zweifachkorrelation turbulenter Schwankungsgrößen  $\overline{U'_i U'_j}$ . Diese Unbekannte, die als Reynoldsspannungstensor bezeichnet wird, ermitteln die statistischen Turbulenzmodelle unter empirischen Annahmen. Diese Modelle werden auch manchmal „Eddy-Viscosity-Modelle“ benannt, weil sie die turbulente Viskosität („Eddy-Viscosity“)  $\mu_T$  berechnen. Die statistischen Turbulenzmodelle sind zur Zeit am weitesten verbreitet, weil sie im Vergleich zu anderen Ansätzen geringere Hardwareleistung benötigen.

- **Large Eddy Simulation - LES**

Hier werden die Navier-Stokes-Gleichungen in einem ersten Schritt tiefpassgefiltert [41]. Somit ergibt sich ein Gleichungssystem mit weniger Freiheitsgraden, was eine gröbere Diskretisierung als bei DNS zulässt. Modelliert werden nun die Unbekannten,

die bei der Filterung herausgefallen sind. Hierbei wird überwiegend ein sehr einfaches statistisches Turbulenzmodell verwendet. Der Vorteil der LES, gekennzeichnet durch eine bessere Beschreibung der Physik, wird durch eine höhere Hardwareanforderung gegenüber den statistischen Modellen aufgehoben.

- Pdf-Verfahren

Die pdf-Verfahren [75] beruhen auf der Lösung der Transportgleichung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (**P**robability **D**ensity **F**unction - PDF). Der große Vorteil einer pdf-Methode ist, dass die konvektiven Terme und die Quellterme im Gleichungssystem geschlossen auftreten. Diese Tatsache macht die Implementierung weiterer Gleichungen für unbekannte Skalare einfach und spiegelt sich in dem Sachverhalt wieder, dass pdf-Verfahren häufig eine Anwendung bei reagierenden Strömungen finden. Es werden jedoch Modelle für die Terme benötigt, die den molekularen Transport wiedergeben.

Der Grundgedanke bei den statistischen Turbulenzmodellen beruht auf der Tatsache, dass als Ergebnis einer Strömungsberechnung meist nur der zeitliche Mittelwert der gesuchten Größe von Interesse ist. So kann z. B. die Geschwindigkeit  $U$  in einen zeitlichen Mittelwert  $\tilde{U}$  und die dazugehörige Schwankungsgröße  $U'$  aufgeteilt werden:

$$U = \tilde{U} + U' . \quad (2.32)$$

Diese Aufteilung der Strömungsgrößen wurde bereits 1895 von Reynolds vorgeschlagen. Man spricht hier deswegen von der Reynolds'schen Mittelung.

Je nach dem, wie der Reynoldsspannungstensor berechnet wird, lassen sich die statistischen Turbulenzmodelle in zwei Gruppen klassifizieren:

- Wirbelviskositätsmodelle
- Reynolds-Spannungs-Modelle - RSM

Wirbelviskositätsmodelle lösen das Schließungsproblem der Turbulenz durch eine direkte Modellierung des Reynoldsspannungstensors. Sie basieren hierbei auf der Annahme der Analogie zwischen den viskosen und den turbulenten Spannungen. Diese Annahme findet ihren Ausdruck in der Formulierung, die bereits 1877 von Boussinesq aufgestellt wurde. Boussinesq ging davon aus, dass die Reynoldsspannungen sich analog zu den viskosen Spannungen proportional zu der Scherrate bestimmen lassen. Hierfür wurde eine turbulente Viskosität  $\mu_T$  eingeführt. Diese ist jedoch im Gegensatz zu ihrem viskosen Analogon keine Stoffgröße, sondern eine im Strömungsfeld Veränderliche. Der Wirbelviskositäts- oder auch Gradientenflussansatz kann allgemein formuliert werden:

$$-\rho \cdot \overline{U_i' U_j'} = \mu_T \cdot \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \cdot \left( \rho \cdot k + \mu_T \cdot \frac{\partial U_i}{\partial x_i} \right) \delta_{ij} \quad (2.33)$$

mit dem Operator (Kronecker-Delta):

$$\delta_{ij} \equiv \begin{cases} 0 & \text{für } i \neq j \\ 1 & \text{für } i = j \end{cases}.$$

Die turbulente kinetische Energie  $k$  wird mit Hilfe der turbulenten Normalspannungen  $\overline{U_i'^2}$  folgendermassen definiert:

$$k \equiv \frac{\overline{U_i'^2}}{2}. \quad (2.34)$$

Unter Verwendung des Gradientenflussansatzes zur Modellierung des Reynoldsspannungstensors ergibt sich die turbulente Viskosität als weitere Unbekannte. Diese wird unter Annahme der Gleichgewichtsturbulenz bestimmt, d. h. sowohl ein charakteristisches Zeitmaß als auch ein charakteristisches Längenmaß ist ausreichend zur Beschreibung der turbulenten Detailstruktur. Es kommt hinzu, dass die Isotropie der kleinen Skalen vorausgesetzt wird. Eine Einteilung der Wirbelviskositätsmodelle kann nach der Anzahl der zu den gemittelten Navier-Stokes Gleichungen hinzukommenden partiellen Differentialgleichungen vorgenommen werden:

- Nullgleichungsmodelle

Die unbekannte Wirbelviskosität  $\mu_T$  wird hier durch bekannte Größen der gemittelten Impulsgleichungen bestimmt, ohne dass eine weitere partielle Differentialgleichung gelöst wird. Das bekannteste Nullgleichungsmodell ist sicherlich der Prandtlsche Mischungswegansatz [82].

- Eingleichungsmodelle

Als zusätzliche Gleichung neben den gemittelten Impulsgleichungen wird in diesem Fall eine Transportgleichung für eine modifizierte Form der turbulenten kinematischen Viskosität  $\nu_T$  gelöst. Die neuste Entwicklung auf dem Gebiet der Eingleichungsmodelle ist das 1992 veröffentlichte Spalart und Allmaras [90] Modell.

- Zweigleichungsmodelle

Diese lösen zwei weitere Transportgleichungen. Es wird eine Transportgleichung für  $k$  gelöst, um den Geschwindigkeitsmaßstab  $\sqrt{k}$  zu erhalten. Durch das Aufstellen einer weiteren partiellen Differentialgleichung ist es möglich, das turbulente Zeit- und Längenmaß zu bestimmen.

Die zweite Gleichung kann z. B. für die charakteristische Frequenz  $\omega$  der energietragenden, großskaligen Schwankungsbewegungen aufgestellt werden. Am bekanntesten ist aber, die zweite Gleichung für die Dissipationsrate  $\varepsilon$  der kinetischen Turbulenzenergie zu lösen. Es ergibt sich das  $k - \varepsilon$  Modell.

Die statistischen  $k - \varepsilon$  Turbulenzmodelle zählen zur Zeit zu den meist erprobten und sind bei den industriellen Anwendungen fest verankert. Im Rahmen dieser Arbeit wurde das

„Realizable  $k - \varepsilon$  Modell“ verwendet. Die Eignung der zwei anderen Arten, „Standard  $k - \varepsilon$ “ und „RNG  $k - \varepsilon$ “, wurde für das vorhandene Strömungsproblem untersucht.

Reynoldsspannungsmodelle (RSM) basieren im Gegensatz zu den Wirbelviskositätsmodellen nicht auf der Annahme von Boussinesq zur Bestimmung des Reynoldsspannungstensors. Das Schließungsproblem der Turbulenz wird auf einer höheren Ebene gelöst und aus den Navier-Stokes Gleichungen wird hier eine Transportgleichung für den unbekannten Reynoldsspannungstensor abgeleitet.

### 2.2.1 Standard $k - \varepsilon$ Modell

Das „Standard  $k - \varepsilon$ “ Modell [55] ist das bekannteste Zweigleichungsmodell und es ist das meist genutzte im kommerziellen Bereich. Gründe hierfür liegen sicherlich im Kosten-Nutzen Vergleich. Hierbei sind unter Kosten die Rechenzeit und die Hardwareanforderungen zu verstehen. Als Nutzen kann die Qualität der Rechenergebnisse bezeichnet werden. Hinzu kommt eine hohe numerische Stabilität dieses Modells, die nicht außer Acht gelassen werden darf, wenn Turbulenzmodelle beurteilt werden.

Es ist ein halbempirisches Turbulenzmodell, das eine Transportgleichung für die turbulente kinetische Energie und eine für deren Dissipation löst. Bei der Modellierung einzelner Terme wird angenommen, dass eine vollturbulente Strömung vorliegt und Einflüsse der molekularen Viskosität vernachlässigbar sind. Somit kann dieses Modell, so wie es hier vorgestellt wird, im wandnahen Bereich nicht sinnvoll eingesetzt werden.

Die beiden zusätzlichen Transportgleichungen für die turbulente kinetische Energie  $k$  und ihre Dissipationsrate  $\varepsilon$ , die neben den gemittelten Impulsgleichungen gelöst werden müssen, stellen sich wie folgt dar:

$$\rho \cdot \frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( \mu_L + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \cdot \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + P_k - \rho \cdot \varepsilon - Y_M \quad (2.35)$$

und

$$\rho \cdot \frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( \mu_L + \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + C_{1\varepsilon} \cdot \frac{\varepsilon}{k} \cdot P_k - C_{2\varepsilon} \cdot \rho \cdot \frac{\varepsilon^2}{k} . \quad (2.36)$$

Mit  $P_k$  wird die Produktionsrate der turbulenten kinetischen Energie aufgrund der Geschwindigkeitsgradienten bezeichnet:

$$P_k = -\rho \cdot \overline{U'_i U'_j} \cdot \frac{\partial U_j}{\partial x_i} . \quad (2.37)$$

Die Produktion wird unter der Annahme von Boussinesq wie folgt modelliert:

$$P_k = 2 \cdot \mu_T \cdot S_{ij}^2 \quad (2.38)$$

mit der mittleren Spannungsrate:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\partial U_j}{\partial x_i} + \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) . \quad (2.39)$$

$Y_M$  repräsentiert den Beitrag der Kompressibilität bei der Dissipation:

$$Y_M = 2 \cdot \rho \cdot \varepsilon \cdot Ma_T^2 \quad (2.40)$$

mit der turbulenten Mach-Zahl:

$$Ma_T \equiv \sqrt{\frac{k}{\kappa \cdot R \cdot T}} \quad (2.41)$$

Aus den oben beschriebenen Gleichungen kann nun die gesuchte turbulente Viskosität bestimmt und zur Berechnung des Reynoldsspannungstensors verwendet werden:

$$\mu_T = \rho \cdot C_\mu \cdot \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (2.42)$$

Anhand von Experimenten mit Luft und Wasser bestimmte Modellkonstanten sind:

$$\sigma_k = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.3, C_\mu = 0.09, C_{1\varepsilon} = 1.44, C_{2\varepsilon} = 1.92.$$

### 2.2.2 Realizable $k - \varepsilon$ Modell

Ein weiteres Zweigleichungsmodell ist das „Realizable  $k - \varepsilon$ “ Modell [89]. Dieses ist aus dem Standard Modell entwickelt worden und löst die identische Transportgleichung für die turbulente kinetische Energie  $k$  (2.35). Das Wort „realizable“ bedeutet, dass das Modell eine erhöhte Verlässlichkeit bzw. eine bessere Übereinstimmung mit der Physik gegenüber dem Standard  $k - \varepsilon$  Modell besitzt. Zum besseren Verständnis können die Boussinesq Beziehung (2.33) und die Definition der turbulenten Viskosität (2.42) herangezogen werden. Danach können die turbulente Normalspannungen  $\overline{U'^2}$  berechnet werden:

$$\overline{U'^2} = \frac{2}{3} \cdot k - 2 \cdot \frac{\mu_T}{\rho} \cdot \frac{\partial U}{\partial x} \quad (2.43)$$

Es ist unmittelbar einsichtig, dass die Normalspannung, die per Definition positiv ist, negativ werden kann, sobald der Gradient  $\frac{\partial U}{\partial x}$  einen gewissen Wert überschreitet. Um es zu verhindern, muss die folgende Bedingung erfüllt sein:

$$\frac{k}{\varepsilon} \cdot \frac{\partial U}{\partial x} \leq \frac{1}{3 \cdot C_\mu} \quad (2.44)$$

Damit sichergestellt wird, dass diese Ungleichung erfüllt ist, wird  $\mu_T$  weiterhin wie im Standard  $k - \varepsilon$  Modell bestimmt (Gl. (2.42)) mit der Änderung, dass  $C_\mu$  nun eine variable Größe ist:

$$C_\mu = \frac{1}{4.04 + A^* \cdot \frac{B^* \cdot k}{\varepsilon}} \quad (2.45)$$

Hierbei ist:

$$A^* = \frac{1}{3} \cdot \arccos \left( \sqrt{6} \cdot S_{jk} \cdot S_{ki} \right)$$

und

$$B^* = \sqrt{S_{ij}^2 + (W_{ij} - 2 \cdot \epsilon_{ijk} \Omega) \cdot (W_{ij} - 2 \cdot \epsilon_{ijk} \Omega)}$$

mit dem Permutationssymbol:

$$\epsilon_{ijk} \equiv \begin{cases} 0 & \text{für } i = j, j = k \text{ oder } k = i \\ +1 & \text{für } (i, j, k) \in \{(1, 2, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2)\} \\ -1 & \text{für } (i, j, k) \in \{(1, 3, 2), (3, 2, 1), (2, 1, 3)\} \end{cases} .$$

Das Symbol  $\Omega$  kennzeichnet die Winkelgeschwindigkeit des rotierenden Bezugssystems und  $W_{ij}$  wird ähnlich wie die Invariante  $S_{ij}$  (Gl. (2.39)) definiert:

$$W_{ij} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) . \quad (2.46)$$

Die Größe  $C_\mu$  ist nun eine Funktion der Scherung, der Rotation und der Turbulenz. Es kann gezeigt werden, dass diese Modifikation sich positiv auf die Produktion von  $k$  im Staupunkt einer Profilmströmung auswirkt. Die Physik der Strömung wird auf diese Weise realistischer modelliert, d. h. negative turbulente Normalspannungen werden vermieden. Dadurch tritt die Schwäche des Standard  $k - \varepsilon$  Modells, die sich durch eine Überproduktion turbulenter kinetischer Energie im Staupunkt bemerkbar macht, nicht auf.

Eine weitere Schwäche des Standard  $k - \varepsilon$  Modells ist die Modellierung der Dissipationsrate  $\varepsilon$ , die zu unphysikalischer Ausbreitungsrate eines „runden Freistrahls“ [82] führt. Die Transportgleichung für  $\varepsilon$  wurde daher in dem „realizable“  $k - \varepsilon$  Modell ebenfalls modifiziert:

$$\rho \cdot \frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( \mu_L + \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + \rho \cdot C_1 \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{S^*} - \rho \cdot C_2 \cdot \frac{\varepsilon^2}{k - \sqrt{\frac{\mu_L}{\rho}} \cdot \varepsilon} \quad (2.47)$$

mit

$$C_1 = \max \left[ 0.43, \frac{k \cdot \sqrt{S^*}}{k \cdot \sqrt{S^*} + 5 \cdot \varepsilon} \right] .$$

$S^*$  ist hierbei die 2-fache zweite Invariante der mittleren Spannungsrate  $S_{ij}$  aus Gl. (2.39):

$$S^* = 2 \cdot S_{ij}^2 .$$

Die üblichen Werte für die Modellkonstanten sind:

$$\sigma_\varepsilon = 1.2, C_2 = 1.9.$$

### 2.2.3 RNG $k - \varepsilon$ Modell

Das **R**enormalization **G**roup (RNG)  $k - \varepsilon$  Modell [101] ist ebenfalls ein Zweigleichungsmodell, das eine Transportgleichung sowohl für die turbulente kinetische Energie als auch für die Dissipationsrate löst. Als Ausgangspunkt für die Modellentwicklung dienen jedoch nicht die



reynoldsgemittelten Navier-Stokes Gleichungen, sondern die der Momentanwerte. Aus diesen werden die Bewegungsgleichungen mittels der mathematischen RNG-Technik für das RNG  $k - \varepsilon$  Modell hergeleitet.

Einen tieferen Einblick in die RNG-Theorie bietet [72]. Wegen seiner Eigenschaften ist das RNG Modell besser für Strömungen mit starker Krümmung der Stromlinien geeignet. Als Transportgleichungen für die turbulenten Größen  $k$  und  $\varepsilon$  ergeben sich folgende Ausdrücke:

$$\rho \cdot \frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \alpha_k \cdot (\mu_L + \mu_T) \cdot \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + P_k - \rho \cdot \varepsilon - Y_M \quad (2.48)$$

und

$$\rho \cdot \frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \alpha_\varepsilon \cdot (\mu_L + \mu_T) \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + C_{1\varepsilon} \cdot \frac{\varepsilon}{k} \cdot P_k - C_{2\varepsilon} \cdot \rho \cdot \frac{\varepsilon^2}{k} - R^* . \quad (2.49)$$

Die Größen  $\alpha_k$  und  $\alpha_\varepsilon$  sind die Kehrwerte der effektiven Prandtl-Zahl entsprechend für  $k$  und  $\varepsilon$ .

Die turbulente Viskosität  $\mu_T$  wird identisch zum Standard  $k - \varepsilon$  Modell nach Gl. (2.42) mit  $C_\mu$  als weitere Modellkonstante bestimmt. Beim Vergleich mit dem Standard  $k - \varepsilon$  Modell fällt eine sehr große Ähnlichkeit beider Turbulenzmodelle auf, die sich aus zwei verschiedenen Ansätzen ergeben hat. Der Hauptunterschied liegt in dem in Gl. (2.49) zusätzlich auftauchenden Quellterm  $R^*$ :

$$R^* = \frac{C_\mu \cdot \rho \cdot \left( \frac{S^* \cdot k}{\varepsilon} \right)^3 \cdot \left( 1 - \frac{S^* \cdot k}{4.38 \cdot \varepsilon} \right)}{1 + 0.012 \cdot \left( \frac{S^* \cdot k}{\varepsilon} \right)^3} \cdot \frac{\varepsilon^2}{k} . \quad (2.50)$$

Die Modellkonstanten werden nicht experimentell bestimmt, sondern lassen sich ebenfalls aus der RNG-Theorie ableiten:

$$C_\mu = 0.0845, C_{1\varepsilon} = 1.42, C_{2\varepsilon} = 1.68.$$

## 2.3 Wandbehandlung

Der wandnahe Bereich kann prinzipiell in drei Zonen unterteilt werden:

- Viskose Unterschicht:  $y^+ \leq 5$
- Übergangsbereich:  $5 < y^+ \leq 60$
- Bereich des logarithmischen Wandgesetzes (vollturbulenter Bereich):  $y^+ > 60$

Der dimensionslose Wandabstand  $y^+$  wird folgendermassen definiert:

$$y^+ \equiv \frac{\rho \cdot U_\tau \cdot y}{\mu_L} \quad (2.51)$$

mit der Schubspannungsgeschwindigkeit

$$U_\tau \equiv \sqrt{\tau_w / \rho_w} . \quad (2.52)$$

Dabei ist  $y$  der Abstand von der Wand und  $\tau_w$  bzw.  $\rho_w$  entsprechend Schubspannung und Mediumdichte an der Wand.

Den drei oben aufgeführten Bereichen kommt im Rahmen der Turbulenzmodellierung eine große Bedeutung zu. Die Strömung in Wandnähe ist durch einen großen Geschwindigkeitsgradienten gekennzeichnet. Dieser Gradient ist bedingt durch die Haftbedingung an der Wand und besonders durch den Übergang von hohen Reynolds-Zahlen in der Kernströmung, in der die Reibung im Vergleich zur Turbulenz vernachlässigt werden kann, zu kleinen Reynolds-Zahlen in unmittelbarer Wandnähe, in der die Reibung wieder eine wesentliche Rolle spielt. Dieser Übergangsbereich der Strömung von der Wand zum Kern wird als Grenzschicht bezeichnet [84]. Da die vorher genannten Turbulenzmodelle in ihrer beschriebenen Form nicht im wandnahen Bereich gültig sind, muss dieses Gebiet eine andere Modellierung erfahren. Fluent bietet hier prinzipiell zwei Möglichkeiten:

- Wandfunktionen:
  - Standardwandfunktion
  - Ungleichgewichtswandfunktion
- 2-Schichten Modell

Um die Grenzschicht mit ihren großen Gradienten auflösen zu können, muss die Knotendichte des numerischen Rechnernetzes entsprechend fein sein. Ebenfalls muss bei der Modellierung auf Effekte niedriger Reynolds-Zahlen, die so genannten „low-Re“ Effekte, eingegangen werden. Dies kann mit der Verwendung einer Wandfunktion vermieden werden, die eine Verbindung zwischen der Strömungsgeschwindigkeit und der Wandschubspannung herstellt. Der Strömungsbereich in unmittelbarer Wandnähe wird überbrückt und somit das rechenintensive Gebiet mit vielen Netzpunkten vermieden. Wandfunktionen werden üblicherweise

bei Konfigurationen eingesetzt, wo  $y^+ \approx 30$  (bis 60) in der ersten Zelle an der Wand ist. Werte  $y^+ < 11.225$  [43] sowie eine Streckung der Zellen senkrecht zur Wand sollen bei der Verwendung von Wandfunktionen vermieden werden.

In dem 2-Schichten Modell wird die wandnahe Strömung in die viskose Unterschicht und die durch die Turbulenzeinflüsse dominierte Außenströmung unterteilt. Das Gebiet der viskosen Unterschicht wird hier durch das Berechnungsnetz aufgelöst. Es wird empfohlen, dass in der ersten Wandzelle  $y^+ < 4 \sim 5$  (idealerweise  $y^+ = 1$ ) ist.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden das 2-Schichten Modell und die Ungleichgewichtswandfunktion verwendet. Die Eignung der Standardwandfunktion für das vorhandene Problem wurde ebenfalls untersucht.

### 2.3.1 Wandfunktionen

#### Standardwandfunktion

Die Implementierung der Standardwandfunktion in Fluent basiert auf dem Vorschlag von Launder und Spalding [56]. Ausgehend von dem Wandgesetz kann man eine dimensionslose Geschwindigkeit  $U^*$  berechnen:

$$U^* = \frac{1}{K_\kappa} \cdot \ln(E_\kappa \cdot y^*) \quad (2.53)$$

wo

$$y^* = \frac{\rho \cdot C_\mu^{\frac{1}{4}} \cdot k_P^{\frac{1}{2}} \cdot y_P}{\mu_L} \quad (2.54)$$

Die Formelzeichen  $k_P$  und  $y_P$  stehen hier entsprechend für turbulente kinetische Energie und Wandabstand im Mittelpunkt ( $P$ ) der ersten Wandzelle.

Die Konstanten sind:  $K_\kappa = 0.42$  und  $E_\kappa = 9.81$ .

Bei dem verwendeten Löser wurde  $y^* = 11.225$  als Grenzwert angenommen. Bei  $y^* > 11.225$  wird das logarithmische Wandgesetz verwendet, um die Geschwindigkeit  $U^*$  zu ermitteln. Wenn aber die Höhe der ersten Wandzelle einen kleineren  $y^*$ -Wert ergibt, wird die Beziehung für laminare Scherspannung eingesetzt:

$$U^* = y^* \quad (2.55)$$

Reynolds'sche Analogie zwischen Impuls- und Energietransport liefert ein ähnliches logarithmisches Gesetz auch für die Temperaturverteilung senkrecht zur Wand. Die Relation zwischen der Dicke der Temperaturgrenzschicht und der viskosen Impulsverlustdicke [31] ist für unterschiedliche Fluide verschieden. So ist zum Beispiel die Dicke der Temperaturgrenzschicht für Fluide mit großer Prandtl-Zahl (z. B. Öl) viel kleiner als die Impulsverlustdicke. Bei Fluiden kleinerer Prandtl-Zahl (z. B. flüssiges Metall) sind die Relationen umgekehrt.

Bei der Temperaturverteilung in der Grenzschicht wird neben der Wärmeleitung auch der Beitrag der viskosen Reibung berücksichtigt.

In allen  $k - \varepsilon$  Turbulenzmodellen existiert für die turbulente kinetische Energie eine Randbedingung, die besagt, dass der Gradient von  $k$  normal zur Wand gleich Null ist:

$$\frac{\partial k}{\partial n} = 0. \quad (2.56)$$

In der Wandfunktion soll die Produktion  $P_k$  (Quellterm in der Gleichung für  $k$ ) der turbulenten kinetischen Energie und die Dissipationsrate  $\varepsilon$  in Wandnähe bestimmt werden. Nach der Standardwandfunktion gilt:

$$P_k \approx \frac{\tau_w^2}{K_\kappa \cdot \rho \cdot C_\mu^{\frac{1}{4}} \cdot k_P^{\frac{1}{2}} \cdot y_P} \quad (2.57)$$

und

$$\varepsilon_P = \frac{C_\mu^{\frac{3}{4}} \cdot k_P^{\frac{3}{2}}}{K_\kappa \cdot y_P}. \quad (2.58)$$

### Ungleichgewichtswandfunktion

Bei dieser Wandfunktion wurde das logarithmische Wandgesetz so modifiziert, dass Druckgradienten an der Wand berücksichtigt werden:

$$\frac{\hat{U} \cdot C_\mu^{\frac{1}{4}} \cdot k^{\frac{1}{2}}}{\tau_w / \rho} = \frac{1}{K_\kappa} \cdot \ln \left( E_\kappa \cdot \frac{\rho \cdot C_\mu^{\frac{1}{4}} \cdot k^{\frac{1}{2}} \cdot y}{\mu_L} \right) \quad (2.59)$$

wo

$$\hat{U} = U - \frac{1}{2} \cdot \frac{dp}{dx} \cdot \left[ \frac{y_v}{\rho \cdot K_\kappa^* \cdot k^{\frac{1}{2}}} \cdot \ln \left( \frac{y}{y_v} \right) + \frac{y - y_v}{\rho \cdot K_\kappa^* \cdot k^{\frac{1}{2}}} + \frac{y_v^2}{\mu_L} \right]. \quad (2.60)$$

Der Ausdruck  $y_v$  steht für die Dicke der viskosen Unterschicht:

$$y_v \equiv \frac{\mu_L \cdot y_v^*}{\rho \cdot C_\mu^{\frac{1}{4}} \cdot k_P^{\frac{1}{2}}} \quad (2.61)$$

mit  $y_v^* = 11.225$ .

Die Konstante ist:  $K_\kappa^* = 0.4187$ .

In der Ungleichgewichtswandfunktion wurde angenommen, dass die Netzzellen in der Wandnähe sowohl die viskose Unterschicht als auch die vollturbulente Schicht beinhalten. Folgende Profile für die turbulenten Größen wurden angenommen:

$$\tau_T = \begin{cases} 0 & \text{für } y < y_v \\ \tau_w & \text{für } y > y_v \end{cases} \quad \tau_w = \begin{cases} \left( \frac{y}{y_v} \right)^2 \cdot k_P & \text{für } y < y_v \\ k_P & \text{für } y > y_v \end{cases} \quad \varepsilon = \begin{cases} \frac{2 \cdot \nu_L \cdot k}{y^2} & \text{für } y < y_v \\ \frac{k^{\frac{3}{2}}}{C_l \cdot y} & \text{für } y > y_v \end{cases} \quad (2.62)$$

wo  $C_l = K_\kappa \cdot C_\mu^{-\frac{3}{4}}$ . Unter Verwendung dieser Profile werden in den Wandzellen die Produktionsrate  $\hat{P}_k$  und die Dissipationsrate  $\hat{\varepsilon}$  ermittelt:

$$\hat{P}_k = \frac{1}{K_\kappa \cdot y_n} \cdot \frac{\tau_w^2}{\rho \cdot C_\mu^{\frac{1}{4}} \cdot k_P^{\frac{1}{2}}} \cdot \ln\left(\frac{y_n}{y_v}\right), \quad (2.63)$$

$$\hat{\varepsilon} = \frac{1}{y_n} \cdot \left[ \frac{2 \cdot \nu_L}{y_v} + \frac{k_P^{\frac{1}{2}}}{C_l} \cdot \ln\left(\frac{y_n}{y_v}\right) \right] \cdot k_P. \quad (2.64)$$

Dabei ist  $y_n$  die Höhe der Zelle ( $y_n = 2 \cdot y_P$ ).

Die Gesetzmäßigkeiten der Temperaturgrenzschicht sind hier identisch wie in der Formulierung der Standardwandfunktion. Aufgrund der Fähigkeit Druckgradienten zu berücksichtigen, wird die Ungleichgewichts-Wandfunktion bei komplexen Strömungen empfohlen, wo eventuell Ablösung und Wiederanlegung der Strömung stattfinden kann.

### 2.3.2 2-Schichten Modell

Neben der Verwendung einer Wandfunktion in Wandnähe gibt es die Möglichkeit, diesen Strömungsbereich als separate Zone anzusehen. Es kann dann in der Hauptströmung ein Turbulenzmodell angewendet werden, das für große Reynolds-Zahlen gilt, und im wandnahen Bereich wird ein einfaches Modell eingesetzt, das low-Re Effekte berücksichtigt. Die Lage der Grenze zwischen den zwei Bereichen wird mit Hilfe der turbulenten Reynolds-Zahl  $Re_y$  bestimmt:

$$Re_y \equiv \frac{\rho \cdot \sqrt{k} \cdot y_{P \min}}{\mu_L}. \quad (2.65)$$

Dabei ist  $y_{P \min}$  der kleinste Abstand von der Mitte der Zelle zur Wand in dem benutzten Netz.

Bei  $Re_y > 200$  wird ein voll turbulentes Gebiet angenommen und das entsprechende Turbulenzmodell ( $k - \varepsilon$ ) angewendet.

In der viskosen Schicht ( $Re_y < 200$ ) wird das Eingleichungsmodell nach Wolfstein [100] eingesetzt. Hier wird die turbulente Viskosität und die Dissipationsrate wie folgt berechnet:

$$\mu_T = \rho \cdot C_\mu \cdot \sqrt{k} \cdot l_\mu, \quad (2.66)$$

$$\varepsilon = \frac{k^{\frac{3}{2}}}{l_\varepsilon}. \quad (2.67)$$

Die Längenskalen  $l_\mu$  und  $l_\varepsilon$  sind:

$$l_\mu = C_l \cdot y \cdot \left[ 1 - \exp\left(-\frac{Re_y}{A_\mu}\right) \right], \quad (2.68)$$

$$l_\varepsilon = C_l \cdot y \cdot \left[ 1 - \exp\left(-\frac{Re_y}{A_\varepsilon}\right) \right]. \quad (2.69)$$

Die Konstanten sind nach [12]:  $A_\mu = 70$ ,  $A_\varepsilon = 2 \cdot C_l$ .

## 2.4 Numerisches Lösungsverfahren

Das Grundprinzip der Strömungssimulationen ist die numerische Lösung von Systemen partieller Differentialgleichungen. Die Hauptschritte bei dem Verfahren bestehen aus der Diskretisierung und der eigentlichen Anwendung von Lösungsalgorithmen. Um Stabilität und Leistungsfähigkeit letzterer zu steigern werden unter anderem Unterrelaxations- und Multigridverfahren benutzt.

### 2.4.1 Diskretisierung

Damit die Navier-Stokes Gleichungen bzw. die Differentialgleichungen für die Turbulenzmodellierung numerisch gelöst werden können, müssen sie diskretisiert werden. Dabei werden die partiellen Differentialgleichungen in ein System von algebraischen nichtlinearen Gleichungen für diskrete Punkte in Raum und Zeit überführt. Die Art der Diskretisierung ist neben der Turbulenzmodellierung ein wesentlicher Einflussfaktor bezüglich der Qualität der Simulationsergebnisse. Es gibt verschiedene mathematische Formulierungen der Diskretisierung. Neben z. B. Spektral- oder Randelement-Methoden folgende Ansätze zählen zu den am bedeutendsten:

- **Finite-Differenzen Methode - FDM**

Es ist ein seit langem bekanntes Verfahren, partielle Differentialgleichungen numerisch zu lösen. Die Methode wurde bereits im 18. Jahrhundert von dem Mathematiker Euler eingeführt. Dieser Ansatz drückt die zeitliche bzw. räumliche Differentiation der Veränderlichen mit Hilfe der Taylor'schen Reihenentwicklung oder Polynomansätze aus. Dabei werden die Differentialquotienten durch Differenzenquotienten ersetzt.

Wegen ihrer Einfachheit gilt diese Methode eigentlich nur für die so genannten strukturierten Rechennetze, wo die physikalische Domäne durch eine finite Anzahl von regulär angeordneten Punkten ersetzt wird.

- **Finite-Elemente Methode - FEM**

Der Verlauf der Zustandsgrößen in den Zellelementen zwischen den Netzknoten wird mittels Gewichtungsfunktionen approximiert. Eine beliebige Zustandsgröße  $X$  kann mit dem Ansatz

$$X = \sum_{i=1}^m X_i \cdot \phi_i \quad (2.70)$$

im Strömungsgebiet approximiert werden. Hierbei ist  $m$  die Anzahl der Knotenpunkte des Rechennetzes und  $\phi_i$  sind die Gewichtungsfunktionen - auch „Formfunktionen“ genannt. Die Funktionen werden nun so bestimmt, dass der Fehler beim Einsetzen der approximierten Verteilung in die exakte Bestimmungsgleichung minimal wird. Die betrachteten Abweichungen werden als Residuen bezeichnet. Die Berechnung der diskreten Werte der Größe selbst wird also auf die Bestimmung der Koeffizienten in Fol-

ge einer Minimumsuche reduziert. Für eine besondere Gewichtungsfunktion geht das Finite-Elemente Verfahren in das Finite-Volumen Verfahren über.

- **Finite-Volumen Methode - FVM**

Bei diesem Verfahren werden die Erhaltungsgleichungen über das gesamte Strömungsgebiet integriert. Die physikalische Domäne wird in eine finite Anzahl von Zellenvolumina unterteilt. Nach dem Satz von Gauß [6] wird für jedes Zellenvolumen das Oberflächenintegral in der integralen Form der Erhaltungsgleichungen (Gl. (2.5)) durch eine Summierung über die einzelnen Volumenoberflächen  $A_i$  ersetzt:

$$\int_V \frac{\partial \vec{Q}}{\partial t} dV + \sum_{i=1}^m \oint_{A_i} (G \cdot n_i) dA_i + \int_V \vec{S} dV = \vec{0}. \quad (2.71)$$

Dabei ist  $m$  die Anzahl der Volumenoberflächen. Die numerische Annäherung entsteht bei der stückweise konstanten Verteilung des Strömungsfeldes. Die Strömungsgrößen werden durch die in den Zellenmittelpunkten definierten Zustände ausgedrückt. Die Verfahrensgenauigkeit wird von der Extrapolation der Variablen aus den Zellenmittelpunkten auf die Zellenränder bestimmt. Der Vorteil der Methode besteht darin, dass die auf dem Rechengebiet auftretenden Diskontinuitäten in der Lösung des Strömungsfeldes eingeschlossen sind. Wegen der lokalen und globalen konservativen Eigenschaft hat dieses Verfahren eine sehr breite Anwendung in der numerischen Strömungssimulation. Ein konservatives Verfahren gewährleistet die Erfüllung von Bilanzen der berechneten Transportgrößen.

Die Finite-Volumen Methode ist auch im Strömungslöser Fluent implementiert. Im Vergleich zu den anderen Verfahren besitzt FVM starke mathematische und physikalische Hintergründe und unter Verwendung von unstrukturierten Rechnernetzen eine sehr große räumliche Flexibilität.

## Diskretisierung in Raum

Wie es aus Gl. (2.71) ersichtlich ist, müssen sowohl die Oberflächenintegrale als auch die Volumenintegrale approximiert werden. Zu diesem Zweck wird die gesamte Oberfläche einer Zelle in Seitenflächen unterteilt. Abbildung 2.1 veranschaulicht dieses Prinzip am Beispiel eines einfachen 3-D Netzes. In einem zweidimensionalen Fall werden die Volumina zu Flächen und Flächen zu Kanten.

Das gesuchte Integral setzt sich aus der Summe der Teilflüsse über die Seitenflächen (Kantenlängen) der Zelle. Die Teilflüsse werden mit den Werten der Strömungsvariablen an den Seiten der Zelle berechnet. Die letzten werden wiederum aus der Zellenmitte durch entsprechende Extrapolation bestimmt. Bei der Extrapolation handelt es sich um die Lösung des so genannten Riemann'schen Problems [58]. Dabei werden unterschiedliche Verfahren für die konvektiven und für die diffusiven Flüsse verwendet.

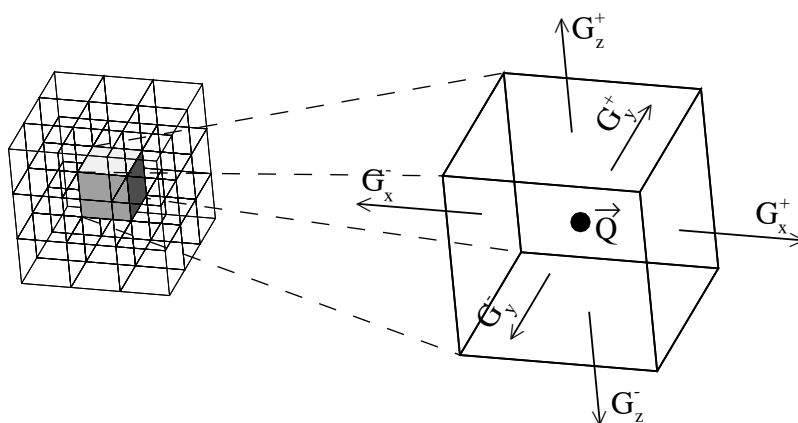


Abbildung 2.1: Diskretisierung und Flussbestimmung

Bei den konvektiven Flüssen werden Upwind-Schemata eingesetzt. Ihren Namen verdanken sie der Tatsache, dass hier die Werte auf der Zelleseite aus den Werten in der Zelle ermittelt werden, die in der „upwind“ Richtung der Geschwindigkeit liegt. Fluent bietet folgende Ansätze für die Extrapolation an:

- „First-Order Upwind“  
Hier wird angenommen, dass die Werte der primitiven Variablen in der Zellenmitte auch an den Zellenwänden gelten.
- „Power-Law“  
Dieses Schemata extrapoliert die Werte an den Zellenwänden unter Verwendung exakter Lösung der Gleichung für die eindimensionale Diffusion. Das Verfahren ist 1.-Ordnung genau.
- „Second-Order Upwind“  
In diesem Fall wird eine höhere Genauigkeit der Variablen an den Zellenseiten mit Hilfe Taylor'scher Reihenentwicklung der Werte in den Mittelpunkten der „upstream“ liegenden Zellen erreicht.
- „QUICK“ - **Q**uadratic **U**pwind **I**nterpolation for **C**onvective **K**inematics  
Diese Methode basiert auf einer gewichteten Mittelung der Ergebnisse von „Second-Order Upwind“-Extrapolation und von Zentraldifferenzen. Sie ist 2.-Ordnung genau.

Bei den diffusiven Flüssen werden Zentraldifferenzen-Schemata eingesetzt. Sie berechnen die Strömungsvariablen an den Zellenseiten durch lineare Interpolation zwischen den Werten in den Mittelpunkten der benachbarten Zellen. Sie sind immer 2.-Ordnung genau. Das Zentraldifferenzen-Verfahren wird bei den konvektiven Flüssen nicht verwendet, weil es in diesem Fall zu numerischen Oszillationen kommen kann [57].



## Diskretisierung in Zeit

Die Zeit kann als zusätzliche Dimension bei der Berechnung von instationären Strömungsproblemen angesehen werden. Sie muss ebenso wie die Raumdomäne diskretisiert werden. Der entscheidende Unterschied zwischen räumlichen und zeitlichen Koordinaten ist die Wirkungsweise. Bei elliptischen Problemen können die Raumkoordinaten in allen Richtungen Auswirkungen haben. Eine zeitliche Änderung wirkt sich dagegen in der Zukunft aus. Bei der Zeitdiskretisierung handelt es sich deshalb immer um eine Extrapolation. Zu diskretisieren ist der Term  $\partial \vec{Q} / \partial t$  aus Gl. (2.71). Es ist lediglich die erste Ableitung und somit ein parabolisches Problem. Den Abmessungen einer Zelle bei räumlicher Diskretisierung entspricht eine Zeitschrittdauer  $\Delta t$  bei der Diskretisierung in Zeit. Die physikalische Zeit zu einem Zeitschritt  $n + 1$  ist dann:

$$t_{n+1} = t_n + \Delta t_n . \quad (2.72)$$

Die zeitliche Ableitung wird unter Anwendung der Rückwärtsdifferenzen diskretisiert und der erste Ordnung genauer Differenzenquotient lautet:

$$\frac{\vec{Q}^{n+1} - \vec{Q}^n}{\Delta t_n} = \text{RHS} . \quad (2.73)$$

Der zweite Ordnung genauer Quotient ist:

$$\frac{3 \cdot \vec{Q}^{n+1} - 4 \cdot \vec{Q}^n + \vec{Q}^{n-1}}{2 \cdot \Delta t_n} = \text{RHS} . \quad (2.74)$$

Dabei steht RHS für die rechte Seite des entsprechenden Ausdrucks, den man nach einer Diskretisierung von Gl. (2.71) erhält.

Die Verfahren zur Bestimmung des Zustandsvektors  $\vec{Q}(t_{n+1})$  unterscheiden sich durch zwei wesentliche Merkmale:

- Ein- oder Zweischrittverfahren

Bei dem Einschrittverfahren wird der Zustandsvektor zu einem gegebenen Zeitschritt anhand seines Wertes aus dem vorangegangenen Schritt errechnet.

Bei dem Zweischrittverfahren (engl. Dual Time Stepping) wird neben der physikalischen Zeit eine preconditionierte pseudo-Zeit eingeführt. Benutzung von pseudo-Zeitschritten zwischen den physikalischen führt zur Erhöhung der Stabilität und Genauigkeit des Verfahrens.

- Explizites oder implizites Verfahren

Das explizite Verfahren ist das einfachste Zeitdiskretisierungsverfahren. Die Informationen zum aktuellen Zeitpunkt  $t_{n+1}$  werden ausschließlich aus den vorangegangenen Zeitpunkten  $t_n$  explizit berechnet. Die expliziten Methoden erfahren durch die so genannte CFL-Bedingung eine Einschränkung bezüglich der Größe der verwendeten Zeitschritte  $\Delta t$ . Aus Stabilitätsgründen muss die so genannte **Courant-Friedrichs-Lewy-Zahl**

kleiner 1 gewählt werden ( $CFL < 1$ ):

$$CFL = U_\lambda \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} . \quad (2.75)$$

Mit der charakteristischen Geschwindigkeit  $U_\lambda$  werden die Zustandsgrößen verteilt. Bei dem expliziten Verfahren darf pro Zeitschritt die Verteilung des Zustandvektors maximal eine Gitterzelle ( $\Delta x$ ) weitertransportiert werden. Für die numerische Simulation einer stationären Strömung benötigt man somit sehr viele, relativ kleine Zeitschritte bis zum Erreichen einer konvergierten Lösung, was eine sehr lange Rechenzeit zur Folge hat. Ähnlich ist es im Falle von instationären Rechnungen.

Implizite Verfahren besitzen diese Zeitschritteinschränkung nicht. Hier wird, um den Zustandsvektor zu einem Zeitpunkt  $n + 1$  zu berechnen, allerdings zu den Informationen aus  $t_n$  diejenigen zum Zeitpunkt  $t_{n+1}$  miteinbezogen - siehe z. B. [74]. Es kann eine  $CFL$ -Zahl benutzt werden, die größer als 1 ist, in der Regel  $1 < CFL < 70$ , was im Prinzip wesentlich schneller zu einer konvergierten Lösung führt. Bei instationären Problemstellungen hat die Zeitschrittweite  $\Delta t$  lediglich einen Einfluss auf die Genauigkeit der Simulation. Um sie zu erhöhen, wird grundsätzlich das implizite Verfahren mit dem Zweischrittverfahren kombiniert.

In der Regel sind die impliziten Verfahren im Gegensatz zu den expliziten wesentlich stabiler. Sie sind jedoch mit der Aufgabe verbunden, sehr große algebraische Gleichungssysteme zu lösen, was auch große Rechen- sowie Speicherkapazitäten erfordert.

Diese beiden Unterscheidungsmerkmale sind beliebig miteinander kombinierbar.

## 2.4.2 Lösungsalgorithmen

Als Ergebnis der Diskretisierung erhält man für jede Rechennetzzele einen Satz von Gleichungen. In dem hier vorliegenden Fall sind es die Erhaltungsgleichungen für Kontinuität, Impuls, Energie, turbulente kinetische Energie und turbulente Dissipationsrate. Somit ergibt sich ein System von  $5 \cdot N$  Gleichungen, wo  $N$  die Anzahl der Netzzellen in der Rechendomäne ist. Für das System bietet Fluent grundsätzlich zwei Lösungsalgorithmen:

- Gekoppelter („coupled“) Löser

Bei dieser Methode werden Kontinuitäts-, Impuls- und Energiegleichung simultan (gekoppelt) behandelt. Die Ausdrücke für die turbulenten Größen werden sequentiell berechnet. Jeder Iterationsschritt setzt sich aus folgenden Operationen zusammen:

1. Aktualisierung („update“) aller Zustandsgrößen auf der Basis der aktuellen Werte oder der Initialisierungswerte, falls es sich um den ersten Iterationsschritt handelt.
2. Die Kontinuitäts-, Impuls- und Energiegleichungen werden simultan gelöst.
3. Die Gleichungen für turbulente kinetische Energie und turbulente Dissipationsrate werden unter Verwendung der im Schritt 2 berechneten Werte gelöst.

#### 4. Überprüfung der Abbruchbedingung.

- Entkoppelter („segregated“) Löser

In diesem Fall werden alle Gleichungen sequentiell (entkoppelt) behandelt. Eine Iteration setzt sich aus folgenden Schritten zusammen:

1. Aktualisierung aller Zustandsgrößen auf der Basis der aktuellen Werte oder der Initialisierungswerte.
2. Das Geschwindigkeitsfeld wird aus der Impulsgleichung unter Verwendung der aktuellen Druckwerte errechnet.
3. Da bei der Ermittlung des Geschwindigkeitsfeldes im Schritt 1 die Kontinuitätsgleichung nicht berücksichtigt wurde, muss eine Druckkorrektur durchgeführt werden. Eine spezielle Druckkorrekturgleichung wurde aus der Kontinuitäts- und Impulsgleichung abgeleitet. Mit ihrer Hilfe wird das Geschwindigkeitsfeld und das Druckfeld in einem iterativen Prozess so lange korrigiert, bis die Kontinuitäts- und Impulsgleichung erfüllt sind.
4. Die Gleichungen für die turbulenten Größen werden gelöst.
5. Überprüfung der Abbruchbedingung.

Aufgrund seiner physikalischen Eigenschaften ist der gekoppelte Löser besser für die Simulation von stark kompressiblen Strömungen geeignet. Ein Nachteil dieses Verfahren ist, dass der Speicherbedarf in der Regel zwei- bis dreimal höher als beim entkoppelten Algorithmus ist.

In dem entkoppelten Löser stehen folgende Verfahren für die oben angesprochene Druck-Geschwindigkeit Koppelung [73] zur Verfügung:

- „SIMPLE“ - **S**emi-**I**mplicit **M**ethod for **P**ressure **L**inked **E**quation

Es ist die einfachste zur Verfügung stehende Methode.

- „SIMPLEC“ - **S**IMPLE **C**onsistent

Dieses Verfahren benötigt im Gegensatz zur „SIMPLE“-Methode keine Unterrelaxation für den Druck und sichert somit eine schnellere Konvergenz.

- „PISO“ - **P**ressure-**I**mplicit with **S**plitting of **O**perators

Durch zusätzliche Schritte bei der Druckkorrektur gewährleistet dieses Verfahren die beste Erfüllung der Kontinuitätsgleichung. Der zusätzliche Rechenaufwand wird meistens durch ein besseres Konvergenzverhalten ausgeglichen.

### 2.4.3 Unterrelaxationen

Die Robustheit des benutzten Lösungsverfahrens spielt eine entscheidende Rolle bei numerischen Simulationen. Bei iterativen Lösungsalgorithmen können Instabilitäten auftreten,

wenn die Änderung der jeweiligen Größe von einem Iterationsschritt zum anderen nicht beschränkt wird. Dieses Limitieren der Größenänderung zwischen zwei Iterationsschritten wird als Unterrelaxation bezeichnet. In einer einfachen Form wird der neue Wert einer Größe  $X$  unter Benutzung des alten Wertes  $X_{\text{alt}}$  auf folgende Weise aktualisiert:

$$X = X_{\text{alt}} + \phi \cdot \Delta X . \quad (2.76)$$

Dabei ist  $\phi$  ein Unterrelaxationsfaktor ( $0 < \phi \leq 1$ ).

### 2.4.4 Multigrid

Die für numerische Simulationen benötigte Rechenzeit ist für den Einsatz des Verfahrens von hoher Bedeutung. Aus diesem Grund sind Methoden wichtig, die die herkömmlichen Lösungsalgorithmen der linearen Gleichungssysteme beschleunigen können. Neben konjugierten Gradientenverfahren [85] ist das Mehrgitterverfahren eine weit verbreitete Methode. Bevor ein Mehrgitterverfahren angewendet werden kann, werden ausgehend von dem vorgegebenen feinen Netz durch Zusammenfassung von Zellen gröbere Netze erzeugt. Dies beruht auf dem Grundgedanken, dass ein iterativer Lösungsalgorithmus die Fehlerkomponenten einer Näherungslösung, deren Wellenlängen den Netzzellenweiten entsprechen, effizient eliminiert. Dies trifft aber nicht für sehr langwellige Fehler zu. Um diese zu kompensieren, werden viele Iterationsschritte benötigt. Genau hier setzt das Mehrgitterverfahren an. Durch mehrere Netzzellenweiten der verschiedenen Netzebenen werden die Fehler in ihrem gesamten Frequenzspektrum schneller ausgeschieden.

Fluent bietet hier zwei Verfahren an:

- **Algebraic Multigrid - AMG**

Das AMG-Verfahren wird als algebraisch bezeichnet, da keine geometrisch größeren Netze ausgehend von dem feinen Ursprungsnetz erzeugt werden. Dies hat den Vorteil, dass keine größeren Netzebenen generiert oder gespeichert werden müssen. Ebenso entfällt es, Fluss- oder Quellterme für die groben Netzebenen zu ermitteln.

- **Full-Approximation Storage - FAS**

Bei dem FAS-Verfahren wird eine Anzahl, die frei wählbar ist, unterschiedlicher Netzebenen erzeugt. Für jede einzelne von ihnen werden die diskreten Gleichungen abgeleitet und müssen neben den Geometriedaten des Netzes abgespeichert werden, was zu einem relativ hohen Speicherbedarf führt.

## 2.5 Berechnungsnetze

Bevor die hier vorgestellten Lösungsalgorithmen angewendet werden können, muss die gesamte Berechnungsdomäne in einzelne Kontrollvolumina (Netzzellen) unterteilt (diskretisiert) werden. Die Qualität des Netzes hat neben den verwendeten Lösungsverfahren und vor allem dem Turbulenzmodell einen wesentlichen Einfluss auf die Genauigkeit der späteren Strömungssimulation. Bei der Netzgenerierung muss bereits auf das zu erwartende Strömungsfeld und auf die verwendeten numerischen Ansätze eingegangen werden. Das Netz sollte so generiert werden, dass die Verteilung der Knotenpunkte sich an die in der Strömung vorkommenden Gradienten anlehnt. Ebenso wird z. B. die eventuelle Verwendung von Wandfunktionen die Verteilung der Zellen in den wandnahen Gebieten beeinflussen.

Prinzipiell werden alle Netzzellen sowohl in 2- als auch in 3-D entweder auf der Dreieck- oder Viereckbasis aufgebaut - Abb. 2.2.

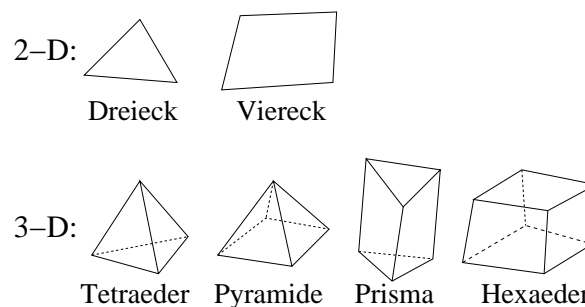


Abbildung 2.2: In CFD verwendete Zellentypen

Aufgrund der logischen Anordnung bzw. der Datenstruktur der zusammenhängenden Netzzellen werden Rechennetze in zwei Klassen eingeteilt:

- Strukturierte Netze

Jeder Knotenpunkt wird hier mittels fortlaufender Nummerierung in einer zwei- bzw. dreidimensionalen Matrix abgelegt. Durch die Verbindung der einzelnen Punkte in jeweils eine Richtung der diskreten Koordinate ergibt sich ein strukturierter Datensatz, der in numerischen Algorithmen sehr effizient abgearbeitet werden kann. Im zweidimensionalen Fall besteht das aufgebaute Netz aus Rechtecken und im dreidimensionalen Fall aus Hexaedern. Der Nachteil solcher Netze ist ihre Unflexibilität, falls die zu diskretisierende Domäne unregelmäßig ist. Abhilfe schaffen hier blockstrukturierte Netze - Abb. 2.3, wo gezielte Aufteilung der Berechnungsdomäne in einzelne Blöcke gewisse Anpassung der Strukturierten Teile erlaubt. Bei sehr komplexen Geometrien kann aber unter Umständen die Verwendung von strukturierten Netzen nicht möglich sein. Allerdings gibt es immer noch viele Strömungslöser, die nur diese Art von Datenstrukturen verarbeiten können.

- Unstrukturierte Netze

Die Knotenpunkte eines unstrukturierten Netzes sind ungeordnet im Raum und auf

diese Art miteinander verbunden, dass im zweidimensionalen Fall Drei- und Vierecke oder aber auch beide Formen gemischt auftreten. Im dreidimensionalen Raum sind die Zellen Tetraeder, Hexaeder, Pyramiden oder Prismen. Somit gibt es keine Beschränkung der Netzstruktur und die Netzknoten müssen keiner Ordnung folgen. Die Vorteile der unstrukturierten Netze sind ihre große Anpassungsfähigkeit an komplexe Geometrien sowie in der Regel einen geringeren Arbeitsaufwand bei der Vernetzung. Der letzte Punkt bringt insbesondere einen erheblichen Vorteil bei der automatisierten Vernetzung. Da die Zuordnungsbeziehungen zwischen den Zellen aufwendig sind, ist der Speicherbedarf gegenüber strukturierten Daten höher.

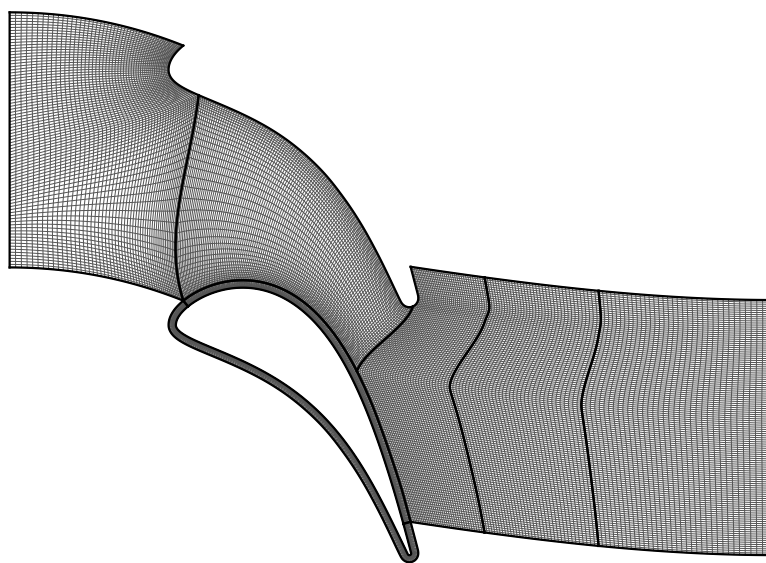


Abbildung 2.3: Beispiel eines blockstrukturierten 2-D Netzes

Abbildung 2.4 zeigt Ausschnitte von einfachen 3-D Netzen, wo die Grenzschicht aufgelöst wurde. Alle vier dargestellten Topologien können mit unstrukturierten Datensätzen beschrieben werden. Die strukturierte Datenstruktur kann allerdings nur beim Fall **a** Anwendung finden.

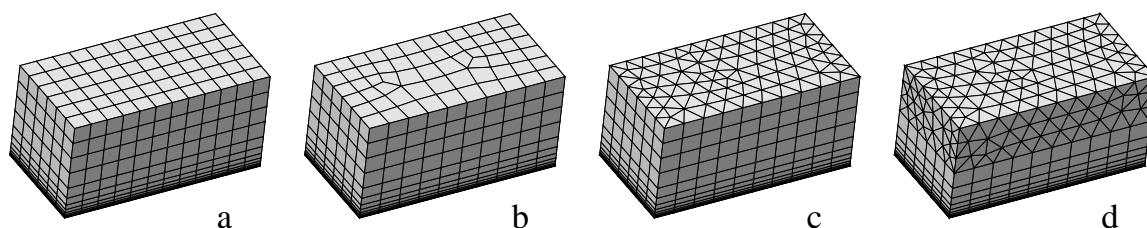


Abbildung 2.4: Verschiedene Netztopologien - Oberflächennetze

Erfahrungsgemäß haben die Netze, die auf der Basis von Vierecken entstanden sind (**a** und **b**), mehrere Vorteile gegenüber der auf Dreiecksbasis (**c** und **d**). Dadurch, dass die Seiten

in Vierecken bzw. Hexaeder nahezu senkrecht zueinander stehen, wird eine höhere Genauigkeit der Lösungsalgorithmen gewährleistet. Bei Finite-Volumen Verfahren werden nämlich die Flüsse als Skalarprodukte des entsprechenden Flussvektors mit dem Oberflächenvektor bestimmt. Darüberhinaus braucht man bei auf Vierecken basierenden Netzen weniger Knotenpunkte bzw. Speicher, um eine Domäne günstig zu diskretisieren. Dreieck- bzw. Tetraeder- oder Pyramidenzellen sind auch überhaupt nicht geeignet, um Grenzschichten aufzulösen.

Die Qualität eines Berechnungsnetzes wird durch mehrere Faktoren beeinflusst, die wichtigsten sind dabei:

- Scherung

Sie ist ein Maß für die Verzerrung der einzelnen Zellen und wird üblicherweise folgendermassen definiert:

$$\text{Scherung} = \max \left[ \frac{\gamma_{\max} - \gamma_e}{180^\circ - \gamma_e}, \frac{\gamma_e - \gamma_{\min}}{\gamma_e} \right] \quad (2.77)$$

wo:

$\gamma_{\max}$  größter Winkel in der Zelle,

$\gamma_{\min}$  kleinster Winkel in der Zelle,

$\gamma_e = 60^\circ$  für dreieckige Zellen bzw. Zellenseiten,

$= 90^\circ$  für viereckige Zellen bzw. Zellenseiten.

Die Scherung soll den Wert von 0.75 nicht überschreiten.

- Seitenverhältnis

Das Verhältnis der längsten und der kürzesten Seite einer Zelle sollte den Wert 5 nicht überschreiten. Ausnahme sind hier Grenzschichtzellen in unmittelbarer Wandnähe, wo die Gradienten der Strömungsvariablen entlang der Wand vernachlässigbar klein im Vergleich zu den Änderungen normal zur Wand sind.

- Expansionsrate

Die Expansionsrate kennzeichnet die Flächenverhältnisse bzw. Volumenverhältnisse benachbarter Zellen. Die Expansionsrate beeinflusst den Abbruchfehler des Diskretisierungsverfahrens und wirkt sich somit unmittelbar auf die Qualität der Rechenergebnisse aus. Es ist darauf zu achten, dass die lokale Variation in der Zellengröße nicht über 20% liegt.

- Verteilung der Knotenpunkte in Grenzschichten

Wie bereits im Abschnitt 2.3 angesprochen, sollte in Abhängigkeit von der Verwendeten Wandbehandlung der dimensionsloser Wandabstand  $y^+$  (Gl. (2.51)) in der ersten Wandzelle folgende Werte einhalten:

$y^+ \approx 1.0$  bei der Verwendung von 2-Schichten Modell,

$y^+ \geq 11.225$  bei der Verwendung von Wandfunktionen.

- Lage der Netzbegrenzungen

Da die Ein- bzw. Ausstromrandbedingungen durch physikalische Phänomene wie z. B. Stöße, Nachlauf- oder Potenzialeffekte beeinflusst werden können, ist es wichtig, die Netzbegrenzungen in ausreichender Entfernung von eventuellen Störquellen zu platzieren. Die Erfahrung hat gezeigt, dass diese Vorgehensweise auch bei den in Fluent implementierten nicht reflektierenden Randbedingungen sinnvoll ist.



## 2.6 Randbedingungen

Die Navier-Stokes Gleichungen sowie die Gleichungen der Turbulenzmodellierung bilden ein System von Differentialgleichungen, dessen Lösung erst durch die Vorgabe von Anfangs- und Randbedingungen genau definiert ist. Man spricht hier von einem so genannten Anfangs-Randwert Problem.

Die Anfangsbedingung wird durch entsprechende Initialisierung der Werte der Zustandsgrößen in der gesamten Berechnungsdomäne am Anfang der Simulation erfüllt. Es ist wichtig, dass der initialisierte Zustand möglichst nah an der späteren Lösung liegt. Zu große Unterschiede resultieren in längeren Rechenzeiten bzw. können numerische Instabilitäten am Anfang der Simulation verursachen.

Die Randbedingungen ermöglichen die Koppelung des Strömungsgebietes mit der nicht mehr in der Simulation erfassten Umgebung. Die richtige Bestimmung der Strömungsvariablen an der Berandung des Strömungsgebietes ist von essenzieller Bedeutung für die physikalische Richtigkeit der Simulationsergebnisse.

In diesem Abschnitt werden Fluent-Randbedingungen beschrieben, die in der vorliegenden Arbeit Verwendung gefunden haben - Abb. 2.5.

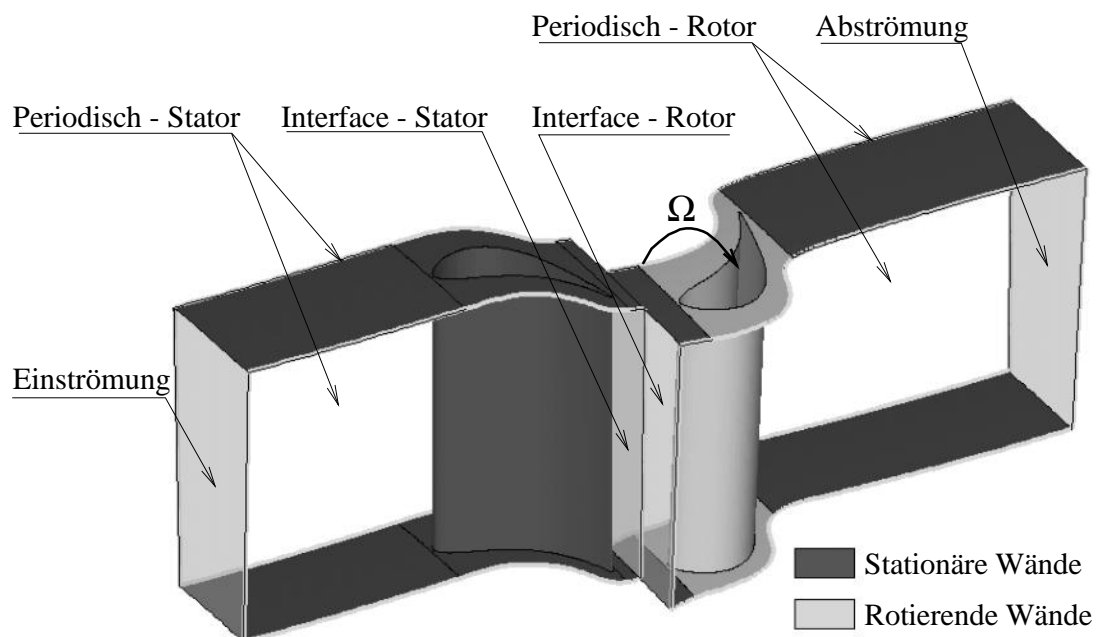


Abbildung 2.5: Berandungstypen in einer Stator-Rotor Konfiguration

### 2.6.1 Einströmung

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde am Einströmrand grundsätzlich die „Pressure Inlet“ Bedingung angewendet. Aufgrund seiner physikalischen Eigenschaften ist diese Rand-

bedingung für das vorliegende elliptische Strömungsproblem sehr gut geeignet.

Aus der Problemstellung ergibt sich am Eintritt der Berechnungsdomäne jedoch nur die Totaltemperatur und die Geschwindigkeit. Der statische Druck kann anhand der festgelegten Reynolds-Zahl nur am Austritt bestimmt werden. Um die Information über das Druckniveau am Eintritt zu bekommen, wurde für Initialisierungsrechnungen die „Velocity Inlet“ Randbedingung eingesetzt, die eigentlich für kompressible Strömungen nicht geeignet ist. Mit ihrer Hilfe ist es aber möglich, mit zufriedenstellender Genauigkeit den Totaldruck am Eintritt zu ermitteln und gleichzeitig eine sehr gute Startlösung für weitere Berechnung unter Benutzung von „Pressure Inlet“ zu erhalten.

### „Pressure Inlet“

Bei dieser Randbedingung sind folgende Vorgaben erforderlich:

- Totaldruck
- Totaltemperatur
- Strömungsrichtung (Winkel)
- Informationen um die turbulenten Größen ( $k$  und  $\varepsilon$ ) zu berechnen

Da die turbulente kinetische Energie und die turbulente Dissipationsrate an der Anströmung nicht bekannt sind, werden an dieser Stelle der hydraulische Durchmesser und der Eintrittsturbulenzgrad vorgegeben. Mit Hilfe dieser beiden Parameter ist es möglich,  $k$  und  $\varepsilon$  zu ermitteln.

- Optional - statischer Druck

Die Vorgabe des statischen Druckes ist in zwei Fällen notwendig:

1. Die gesamte Berechnungsdomäne soll mit den Werten der Zustandsgrößen am Anströmrand initialisiert werden.
2. Es handelt sich um eine Überschallanströmung.

Anhand des Totaldruckes, der Totaltemperatur, der Richtungsangaben sowie der im Anhang A.3 vorgestellten Beziehungen, können alle primitiven Variablen bestimmt werden.

Die Bestimmung des Turbulenzgrades  $Tu$  erfolgt über die Schwankungsgröße  $U'$  und die mittlere Geschwindigkeit  $\tilde{U}$  - vergleiche Gl. (2.32):

$$Tu = \frac{\sqrt{U'^2}}{\tilde{U}} . \quad (2.78)$$

Der Eintrittsturbulenzgrad ist für die gegebene Konfiguration bekannt. Als hydraulischer Durchmesser  $d_h$  wurde der kleinste Abstand zwischen den Schaufelkörpern gewählt. Mit diesen Daten können die turbulenten Größen ermittelt werden:

$$k = \frac{3}{2} \cdot \left( \tilde{U} \cdot Tu \right)^2 , \quad (2.79)$$

$$\varepsilon = C_\mu^{\frac{3}{4}} \cdot \frac{k^{\frac{3}{2}}}{0.07 \cdot d_h} . \quad (2.80)$$

Die Modellkonstante  $C_\mu$  wurde bereits im Abschnitt 2.2 für einzelne Turbulenzmodelle definiert.

Bei der „Pressure Inlet“ Randbedingung handelt es sich um die so genannte nichtreflektierende RB [32]. Sie soll unphysikalische Reflektionen von Störungen verhindern, die z. B. durch Potenzialeffekte hervorgerufen werden. Man spricht von nichtreflektierenden Randbedingungen, wenn eine aus dem Strömungsgebiet ankommende Störung an dem Rand nicht reflektiert sondern kompensiert wird. Diese Art von RB basiert auf der Methode der Charakteristik. Aus den Vorzeichen der Charakteristiken der Unterschallströmung ( $U + a > 0$ ,  $U > 0$ ,  $U - a < 0$ ) lässt sich ableiten, dass für die Navier-Stokes Gleichungen vier primitive Variablen auf dem Rand vorgegeben werden und eine Größe aus dem Inneren des Strömungsgebietes extrapoliert werden muss. Bei einer Überschallanströmung müssen alle fünf Variablen ( $\rho$ ,  $U_x$ ,  $U_y$ ,  $U_z$ ,  $p$ ) vorgegeben werden. Daher ist es bei Überschallanströmung notwendig, auch den statischen Druck vorzugeben.

### „Velocity Inlet“

Die physikalischen Grundlagen dieser Randbedingung wurden für inkompressible Strömungen entwickelt. Ihre Verwendung bei kompressiblen Problemen kann zu Ungenauigkeiten in der Lösung führen.

Folgende Vorgaben sind hier erforderlich:

- Geschwindigkeit
- Strömungsrichtung (Winkel)
- Statische Temperatur
- Informationen um die turbulenten Größen ( $k$  und  $\varepsilon$ ) zu berechnen
- Optional - statischer Druck

Die Vorgabe des statischen Druckes ist notwendig, falls es an dem Einströmrand lokal zu Ausströmung kommen kann.

## 2.6.2 Abströmung

Als Abströmrandbedingung wurde die „Pressure Outlet“ RB eingesetzt. Es ist eine sehr einfache und zuverlässige RB, die den vorgegebenen statischen Druck am Austritt einhält und die restlichen primitiven Variablen aus dem Inneren der Berechnungsdomäne entlang ihrer Charakteristik extrapoliert.

Folgende Vorgaben sind erforderlich:

- Statischer Druck

- Optional - Informationen um die turbulenten Größen ( $k$  und  $\varepsilon$ ) zu berechnen
- Optional - statische Temperatur

Die optionalen Vorgaben sind notwendig, falls es am Abströmrand lokal zu Einströmung kommen kann.

### 2.6.3 Periodische RB

Die periodische Randbedingung wird in der Regel verwendet, wenn die gegebene Geometrie und die erwartete Lösung sich periodisch wiederholen. Die Randbedingung verbindet immer zwei Berandungen, die sich nach einer bestimmten Translation oder Rotation (Teilung) exakt überdecken. Die Zustandsgrößen an den Berandungen werden so von einem zu dem anderen Rand übertragen, als ob sie geometrisch nebeneinander liegen würden. Allerdings wird in dem rotationsperiodischen Fall der Rotationswinkel bei der Umrechnung von kartesischen Geschwindigkeitskomponenten berücksichtigt.

In dieser Arbeit werden sich über den Umfang wiederholende Schaufelsegmente untersucht.

### 2.6.4 Wände

Die Festkörperrandbedingung wird durch die Erfüllung der Haftbedingung („no-slip“) und der Bedingung der Massenundurchlässigkeit an der Wand realisiert. Es handelt sich hier um die so genannte Dirichlet'sche Randbedingung, wo die Fluidgeschwindigkeit an der Wand gegeben ist. Bei ruhenden Wänden ist die Geschwindigkeit gleich Null. Bei Wänden, wo eine relative Bewegung zum Berechnungsnetz stattfindet, z. B. Gehäuseteile in dem mit der Rotorbeschaufelung rotierendem Netz, kann an der Wand eine bestimmte Geschwindigkeit vorgegeben werden, um je nach Bezugssystem Bewegung oder Ruhezustand der Wand zu modellieren.

Weiterhin werden in der hier betrachteten Konfiguration die Wände als adiabat behandelt. Hier handelt es sich um die so genannte von Neumannsche Randbedingung, wo die Temperaturgradienten am Festkörper gleich Null gesetzt werden.

### 2.6.5 „Sliding Mesh“

Um die vollstationäre Stator-Rotor Interaktion zu modellieren, bietet Fluent das so genannte „Sliding Mesh“ Verfahren an. Dabei werden um die unbeweglichen (Stator) und beweglichen (Rotor) Schaufeln separate Rechennetze erzeugt. Im Rahmen einer instationären Berechnung werden die Netze dann relativ zueinander bewegt. Die Berührungsebenen (in 2-D - Linien) werden als „Interface“ bezeichnet. Die Flüsse werden von einer zu anderer Zelle über das Interface hinweg berechnet, so dass die Interaktion der beiden benachbarten Fluidzonen vollständig berücksichtigt wird.

Die Funktionsweise des Verfahrens soll an einem sehr einfachen 2-D Beispiel - Abb. 2.6, wo

an beiden Interfaceseiten sich je nur zwei Zellen berühren, erklärt werden. Für die Netze gilt auch die Periodizitätsbedingung.

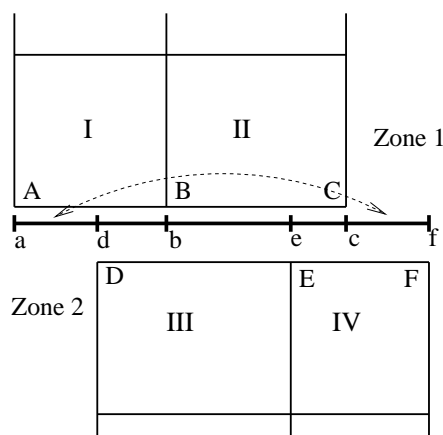


Abbildung 2.6: Austausch am „Sliding Mesh“ Interface

Die Interfacezonen bestehen zum einen aus den Zellenrändern A-B und B-C und zum anderen aus D-E und E-F. Die Überschneidungen dieser Zonen rufen die Abschnitte a-d, d-b, b-e, etc. hervor. Die Abschnitte, die in dem Gebiet liegen, wo sich die beiden Netzzonen überschneiden - Abschnitt d-c, werden zu einem Gebiet zusammengefasst. Die anderen (a-d und c-f) werden als periodisch aufgefasst. Um z. B. den Fluss über das Interface in die Zelle III zu berechnen, werden die Abschnitte d-b und b-e verwendet, um die notwendigen Informationen von den Zellen I und II in die Zelle III zu übertragen. Hierbei werden Interpolationsverfahren angewendet. Damit der Interpolationsfehler an dem Interface möglichst gering bleibt, sollte bei der Netzgenerierung eine äquidistante und auf beiden Interfaceseiten gleiche Verteilung der Knotenpunkte erfolgen. Darüberhinaus sollten an dem Interface rechtwinklige Zellen verwendet werden.

## 2.7 Mittelungsverfahren

Neben den Lösungsalgorithmen und der Diskretisierung hat das Postprocessing, also die eigentliche Auswertung der aus dem Strömungslöser gewonnenen Daten, einen direkten Einfluss darauf, wie genau die Strömung beurteilt werden kann. Besonders wichtig ist hier die Vorgehensweise bei der räumlichen und zeitlichen Mittelung der Strömungsgrößen. Mit den gemittelten Daten werden dann u. a. integrale Größen wie Verlustbeiwerte, Wirkungsgrade, Strömungswinkel oder Kräfte berechnet. Nur gemittelte und globale Parameter ermöglichen Vergleiche zwischen unterschiedlichen Konfigurationen und Ableitung von generellen Tendenzen.

### 2.7.1 Räumliche Mittelung

Information über globale Werte der Zustandsgrößen, z. B. am Ein- oder Austritt einer Schaukelreihe, wird durch geeignete Mittelung [62] der Größen gewonnen. Die Mittelwerte werden bei einer bestimmten axialen Koordinate über den Umfang berechnet. Die Positionen der axialen Mittelungsebenen wurden auf der Seite 3 definiert. Die wichtigsten Verfahren bei der räumlichen Mittelung sind:

- Flächenmittelung

Das Berechnungsnetz wird durch eine Ebene geschnitten. Die geteilten Zellen bilden Flächenelemente auf der Schnittfläche  $A$ . Die Strömungsdaten in den Elementen werden aus den benachbarten Zellen interpoliert. Die so gewonnenen diskreten Werte einer Strömungsvariable, z. B. statischer Druck  $p$ , werden mit den elementaren Flächen multipliziert und über die gesamte Fläche aufintegriert. Das Integral wird auf die Schnittfläche bezogen:

$$\bar{p} = \frac{1}{A} \cdot \int_A p \, dA . \quad (2.81)$$

- Massenstrommittelung

Die diskreten Werte der Strömungsvariablen in den Flächenelementen werden mit den elementaren Massenströmen multipliziert und über die gesamte Fläche aufintegriert. Das Integral wird auf den gesamten Massenstrom bezogen:

$$\bar{p} = \frac{1}{\dot{m}} \cdot \int_A p \, d\dot{m} . \quad (2.82)$$

- Flussmittelung - „Mixed-Out Flow Field“

Diese Mittelung, siehe [83], basiert auf der Annahme, dass in einer ausreichend großen Entfernung vom Gitterein- bzw. Austritt die mittleren Massen-, Impuls- und Energieflüsse so weit ausgemischt sind (mixed-out), dass sie gleich den Flüssen sind, die anhand der mittleren primitiven Variablen berechnet wurden. Die flächengemittelten Flüsse werden dann im absoluten Bezugssystem wie folgt berechnet:

$$\begin{aligned}
\overline{G}_1 &= \frac{\int_A (\rho \cdot U_x) dA}{A} \\
\overline{G}_2 &= \frac{\int_A (\rho \cdot U_x^2 + p) dA}{A} \\
\overline{G}_3 &= \frac{\int_A (\rho \cdot U_x \cdot U_y) dA}{A} \\
\overline{G}_4 &= \frac{\int_A (\rho \cdot U_x \cdot U_z) dA}{A} \\
\overline{G}_5 &= \frac{\int_A (\rho \cdot U_x \cdot H) dA}{A}
\end{aligned} \tag{2.83}$$

mit:

$$H = \frac{\kappa \cdot p}{(\kappa - 1) \cdot \rho} + \frac{1}{2} \cdot (U_x^2 + U_y^2 + U_z^2) .$$

Daraus ergibt sich:

$$\overline{U}_x = \frac{\overline{G}_2 - \overline{p}}{\overline{G}_1} , \quad \overline{U}_y = \frac{\overline{G}_3}{\overline{G}_1} , \quad \overline{U}_z = \frac{\overline{G}_4}{\overline{G}_1} , \quad \overline{p} = \frac{\overline{G}_1}{\overline{U}_x} . \tag{2.84}$$

Der gemittelte Druck bei Unterschall:

$$\overline{p} = \frac{1}{\kappa + 1} \cdot \left( \overline{G}_2 + \sqrt{\overline{G}_2^2 + (\kappa^2 - 1)(\overline{G}_2^2 + \overline{G}_3^2 + \overline{G}_4^2 - 2 \cdot \overline{G}_1 \cdot \overline{G}_5)} \right) . \tag{2.85a}$$

Der gemittelte Druck bei Überschall:

$$\overline{p} = \frac{1}{\kappa + 1} \cdot \left( \overline{G}_2 - \sqrt{\overline{G}_2^2 + (\kappa^2 - 1)(\overline{G}_2^2 + \overline{G}_3^2 + \overline{G}_4^2 - 2 \cdot \overline{G}_1 \cdot \overline{G}_5)} \right) . \tag{2.85b}$$

Bei der Mittelung im relativen Bezugssystem werden  $U_y$  und  $U_z$  entsprechend durch  $U_{yr}$  und  $U_{zr}$  ersetzt. Die x-Achse des kartesischen Koordinatensystems ist die Rotationsachse und somit  $c_a = U_x$ .

In einem zweidimensionalen Fall wird bei der Umfangsmittelung die Fläche  $A$  durch die Teilung  $t^*$  des periodischen Schaufelsegments ersetzt. So wird z. B. die Flächenmittelung (2.81) wie folgt definiert:

$$\overline{p} = \frac{1}{t^*} \cdot \int_0^{t^*} p dy . \tag{2.86}$$

Die Flussmittelung basiert auf dem physikalischen Mischungsprozess und sorgt dafür, dass die gemittelten Werte bei stationären Konfigurationen nur schwach von der axialen Koordinate des Schnittes vor oder hinter dem Gitter abhängen. Aufgrund dieser Eigenschaft wird dieses Verfahren im Rahmen dieser Arbeit vorzugsweise benutzt.

### 2.7.2 Zeitliche Mittelung

Untersuchung von instationären Effekten erfordert neben der Umfangsmittelung auch eine Mittelung der Daten in der Zeit-Domäne. Hierbei werden die instationären Größen, wie z. B. auf den Rotor wirkende Kraft  $F_R$ , über eine Zeitperiode  $T^*$  gemittelt:

$$\tilde{F}_R = \frac{1}{T^*} \cdot \int_0^{T^*} F_R dt . \quad (2.87)$$

Instationäre Strömungsgrößen, wie z. B. Totaldruck  $p_t$ , werden zuerst aus den umfangsmittelten primitiven Variablen berechnet und dann über die Zeit gemittelt:

$$\tilde{\overline{p}}_t = \frac{1}{T^*} \cdot \int_0^{T^*} \overline{p}_t dt . \quad (2.88)$$



## 2.8 Verlustabschätzung

Einer der Schwerpunkte der vorliegenden Arbeit ist die Beurteilung des Einflusses unterschiedlicher Geometrie- und Strömungsparameter auf die strömungsmechanischen Verluste. Um sie zu beziffern werden diverse Definitionen herangezogen:

### 1. Verlustbeiwerte

- Energieverlustbeiwert:

$$\xi_S = \left[ 1 - \frac{1 - (\bar{p}_1/\bar{p}_{t1})^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}{1 - (\bar{p}_1/\bar{p}_{t0})^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} \right] \cdot 100\% \quad (2.89a)$$

$$\xi_R = \left[ 1 - \frac{1 - (\bar{p}_2/\bar{p}_{t2r})^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}{1 - (\bar{p}_2/\bar{p}_{t1r})^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} \right] \cdot 100\% \quad (2.89b)$$

- Druckverlustbeiwert:

$$\zeta_S = \frac{\bar{p}_{t0} - \bar{p}_{t1}}{\bar{p}_{t0} - \bar{p}_1} \cdot 100\% \quad (2.90a)$$

$$\zeta_R = \frac{\bar{p}_{t1r} - \bar{p}_{t2r}}{\bar{p}_{t1r} - \bar{p}_2} \cdot 100\% \quad (2.90b)$$

- Totaldruckverlustbeiwert:

$$\omega_S = \left( 1 - \frac{\bar{p}_{t1}}{\bar{p}_{t0}} \right) \cdot 100\% \quad (2.91a)$$

$$\omega_R = \left( 1 - \frac{\bar{p}_{t2r}}{\bar{p}_{t1r}} \right) \cdot 100\% \quad (2.91b)$$

- Entropieverlustbeiwert (siehe [18]):

$$\psi = \frac{\bar{T} \cdot (\bar{s} - \bar{s}_{0(1)})}{\bar{h}_{t(r)} - \bar{h}} \cdot 100\% \quad (2.92)$$

Mit dem Eintrittszustand als Referenz folgt:

$$\bar{s} - \bar{s}_{0(1)} = c_v \cdot \left( \ln \frac{\bar{p}}{\bar{p}_{0(1)}} - \kappa \cdot \ln \frac{\bar{p}}{\bar{\rho}_{0(1)}} \right) .$$

Die dynamische Enthalpie hinter dem Stator:

$$\bar{h}_{t1} - \bar{h}_1 = \frac{c_1^2}{2} = c_p \cdot (\bar{T}_{t1} - \bar{T}_1)$$

und hinter dem Rotor:

$$\bar{h}_{t2r} - \bar{h}_2 = \frac{w_2^2}{2} = c_p \cdot (\bar{T}_{t2r} - \bar{T}_2) .$$



## 3 Vorbereitende Arbeiten

Der im Rahmen dieser Arbeit benutzte Strömungslöser Fluent wurde bereits an zahlreichen Testfällen validiert. Validierungssimulationen instationärer Stator-Rotor Interaktion wurden für eine  $1\frac{1}{2}$  stufige Testturbine von Yan und Gregory-Smith [102, 45] durchgeführt. Die Testkonfiguration war ERCOFTAC U1 - die so genannte Aachener Turbine von Gallus und Walreavens [98].

Wie bereits erwähnt, haben mehrere Komponenten des numerischen Lösungsverfahrens wie Turbulenzmodellierung und Behandlung der Grenzschichtströmung oder die räumliche und zeitliche Diskretisierung einen entscheidenden Einfluss auf die Qualität der Simulationsergebnisse. Neben der Strömungssimulation selbst trägt aber ebenso das Postprocessing und insbesondere die benutzten Mittelungsverfahren zu der Genauigkeit der Endergebnisse bei. Als besonders sensitiv hat sich in diesem Zusammenhang die Berechnung von Verlustbeiwerten herausgestellt. Im Rahmen von vorbereitenden Arbeiten vor den eigentlichen numerischen Untersuchungen wurde diese Problematik ausführlich behandelt.

### 3.1 Wahl der Lösungsalgorithmen

Die numerischen Simulationen aller 2-D Konfigurationen wurden mit der Version 5.x und aller 3-D Konfigurationen mit der Version 6.x des Programms Fluent durchgeführt.

Für die räumliche Diskretisierung wurde aufgrund seiner guten Eigenschaften und Genauigkeit das „Second-Order Upwind“-Schemata benutzt. Für die zeitliche Diskretisierung wurde das implizite Verfahren zweiter Ordnung gewählt.

Da bei den 2-D Fällen teilweise Mach-Zahlen in der Größenordnung von 0.9 in der Strömung auftreten, wurde für diese Simulationen der gekoppelte Löser eingesetzt. Aufgrund eines hohen Speicherbedarfs dieses Verfahrens war es allerdings bei den 3-D Simulationen notwendig, den entkoppelten Löser zu verwenden. Die maximale Mach-Zahl bei den 3-D Konfigurationen ist kleiner als 0.5 und die Benutzung des entkoppelten Verfahrens somit zulässig.

Als Multigridverfahren wurde der algebraische Ansatz benutzt. Die verwendeten Randbedingungen wurden bereits im Abschnitt 2.6 besprochen.

Die Berechnungsnetze wurden so generiert, dass das 2-Schichten Modell für die Wandbehandlung eingesetzt werden konnte. Lediglich bei den Simulationen mit hohen Reynolds-Zahlen ( $\hat{Re}_{r2} = 4 \cdot 10^7$ ) sowie bei den 3-D Berechnungen konnte die Grenzschichtströmung nicht mehr ausreichend durch das Netz aufgelöst werden, was die Benutzung von Wandfunktionen erforderte. Aufgrund ihrer guten Eigenschaften wurde hier die Ungleichgewichtswandfunktion benutzt.

Um das für die Problematik der Strömung in Hochdruckturbinen geeignete Turbulenzmodell zu finden war es notwendig, Verifizierungsrechnungen und Vergleiche mit Messergebnissen durchzuführen.

Für diese Untersuchung standen Daten zur Verfügung, die am Institut für Strahlantriebe der Universität der Bundeswehr München unter Betreuung von Prof. Fottner aufgenommen wurden [27]. Die Messungen wurden an dem Hochgeschwindigkeitsgitterwindkanal (HGK) des Instituts durchgeführt [91]. Die Testgeometrie war das Traupel-Profil T140 mit folgenden Strömungs- und Geometriedaten:

$$\left. \begin{array}{l} Ma_0 = 0.162 \\ Tu_0 = 1\% \\ \alpha_0 = 90^\circ \\ Re_1 = 1.41 \cdot 10^6 \\ T_1 = 303 \text{ K} \end{array} \right\} \begin{array}{l} l_s = 125 \text{ mm} \\ \beta_s = 45.4^\circ (\beta_{Bi} = 45.6^\circ) \\ t^*/l_s = 0.767 \end{array}$$

Die Definitionen der Geometriegrößen sowie der Strömungswinkel kann dem Anhang A.4 entnommen werden.

Der Aufbau des verwendeten Netzes entsprach der im Abschnitt 3.3 beschriebenen Topologie. Die gesamte Anzahl der Knotenpunkte beträgt 34800, wobei das Schaufelprofil 400 Punkte bildeten. Die Verteilung der  $y^+$ -Werte an der Profiloberfläche, siehe Abschnitt 2.3, ist in Abb. 3.1 dargestellt. Da die Grenzschicht räumlich aufgelöst wurde, wurde das 2-Schichten Modell an der Wand eingesetzt.

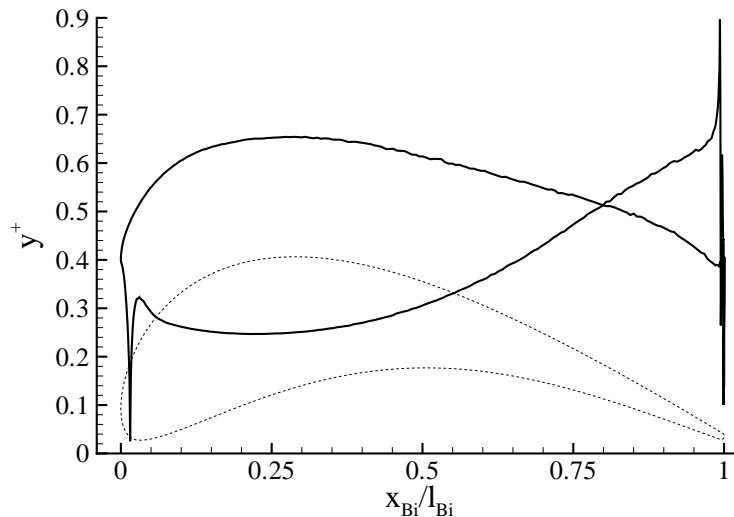


Abbildung 3.1: Dimensionsloser Wandabstand in der ersten Wandzelle

In Abb. 3.2 wurden die Mess- und Simulationsergebnisse gegenübergestellt und die Werte der isentropen Profilmachzahl (Gl. (3.1)) verglichen.

$$Ma_{is}(x) = \sqrt{\frac{2}{\kappa - 1} \left| \left( \frac{\overline{p_{t0}}}{p(x)} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right|} \quad (3.1)$$

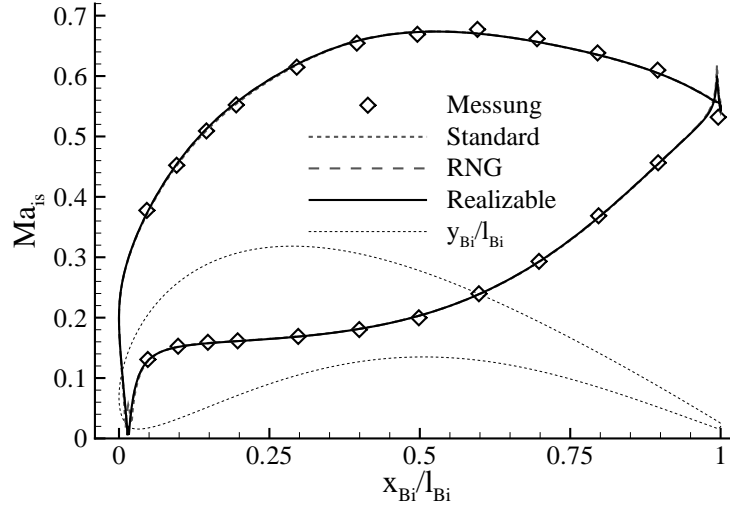


Abbildung 3.2: Vergleich der Mess- und Simulationsergebnisse - isentrope Profilmachzahl

Alle drei Implementierungen des  $k - \varepsilon$  Modells liefern eine Profildruckverteilung, die mit den Messdaten ausgezeichnet übereinstimmt. Eine Aussage über die Güte der einzelnen Turbulenzmodelle alleine anhand der Verteilung der isentropen Profilmachzahl kann hier nicht getroffen werden, weil alle drei Modelle praktisch identische Druckverteilungen auf dem Profil ergeben.

Während der Messungen wurden aber auch Abströmwinkel aufgenommen und als integrale Größe Verlustbeiwerte bestimmt. In Tab. 3.1 wurden die Daten und die resultierenden relativen Fehler gegenüber gestellt.

Die relativen Fehler wurden folgendermassen berechnet:

$$\epsilon(X) = \frac{|X_{\text{Messung}} - X_{\text{Rechnung}}|}{X_{\text{Messung}}} \cdot 100\% . \quad (3.2)$$

Für den Energieverlustbeiwert  $\xi$  wurde die Definition (2.89) verwendet:

$$\xi_{0-1} = \left[ 1 - \frac{1 - (\overline{p_1}/\overline{p_{t1}})^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}{1 - (\overline{p_1}/\overline{p_{t0}})^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} \right] \cdot 100\% . \quad (3.3)$$

Aus Tab. 3.1 geht deutlich hervor, dass alle untersuchten Turbulenzmodelle den Abströmwinkel um ca.  $0.5^\circ$  in Richtung der Saugseite überbestimmen, wobei bei dem Realizable  $k - \varepsilon$  Modell die kleinste Abweichung festzustellen ist.

Ebenso werden die Verlustbeiwerte überbewertet, was eine bekannte Schwäche der Turbulenzmodellierung ist. Das Standard  $k - \varepsilon$  Modell sagt in dem untersuchten Fall unphysikalisch

Tabelle 3.1: Gegenüberstellung der gemessenen und berechneten Nachlaufdaten

	Messung	Standard	RNG	Realizable
$\alpha_1$ [°]	19.0	19.54	19.49	19.46
$\xi_{0-1}$ [%]	2.11	3.02	2.42	2.31
$\epsilon(\alpha_1)$ [%]		2.84	2.58	2.42
$\epsilon(\xi_{0-1})$ [%]		43.13	14.69	9.48

große Verluste voraus. Der relative Fehler bei der Bestimmung des Energieverlustbeiwertes in der Größenordnung von 43% ist nicht akzeptabel. Die Ergebnisse, die unter Verwendung des RNG Modells erzielt wurden, liegen hinsichtlich des Abströmwinkels und insbesondere der Verluste wesentlich näher an den Messergebnissen. Die kleinsten Abweichungen von den Messungen weist stets das Realizable  $k - \epsilon$  Modell auf und wird deshalb im Rahmen dieser Arbeit benutzt.

## 3.2 Wahl der Diskretisierungsgenauigkeit

Ein zu grobes Berechnungsnetz oder zu große Zeitschritte haben Einbuße in der Genauigkeit der Simulationsergebnisse zur Folge. Eine zu hohe räumliche oder zeitliche Auflösung resultiert in einem unverhältnismäßigen Rechenaufwand, ohne wesentlich zu der Genauigkeit der Ergebnisse beizutragen. Um adäquate Auflösung in Raum und Zeit zu bestimmen, wurden Netz- und Zeitschrittverfeinerungsstudien durchgeführt. Als Testfall diente hier die folgende Stator-Rotor Konfiguration:

$$t_S^*/t_R^* = 1.0, \quad s_{ax}/l_s = 0.2, \quad \overline{Ma}_0 = 0.1, \quad \overline{Re}_{r2} = 4 \cdot 10^6.$$

Die Verfeinerungsstudien wurden an dem Profil durchgeführt, das auch das Objekt weiterer Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit ist. Es ist eine typische Beschauelungsgeometrie von Hochdruckdampfturbinen.

### 3.2.1 Netzverfeinerungsstudie

Die Anzahl und die Verteilung der Netzzellen in der Berechnungsdomäne bestimmen die Genauigkeit der räumlichen Auflösung der Strömungseffekte. Darüber hinaus hat die Anzahl der Zellen einen direkten Einfluss auf die Computerrechenzeit und auf den Speicherbedarf. Bei der Wahl der Netzfeinheit muss also ein Kompromiss gefunden werden.

Zu diesem Zweck wurden drei unterschiedliche Netze verglichen:

Netzpunkte	51385	69000	91599
Zellen	50356	67790	90151
Punkte auf dem Statorprofil	410	445	490
Punkte auf dem Rotorprofil	424	461	506
Punkte am Interface	100	120	144

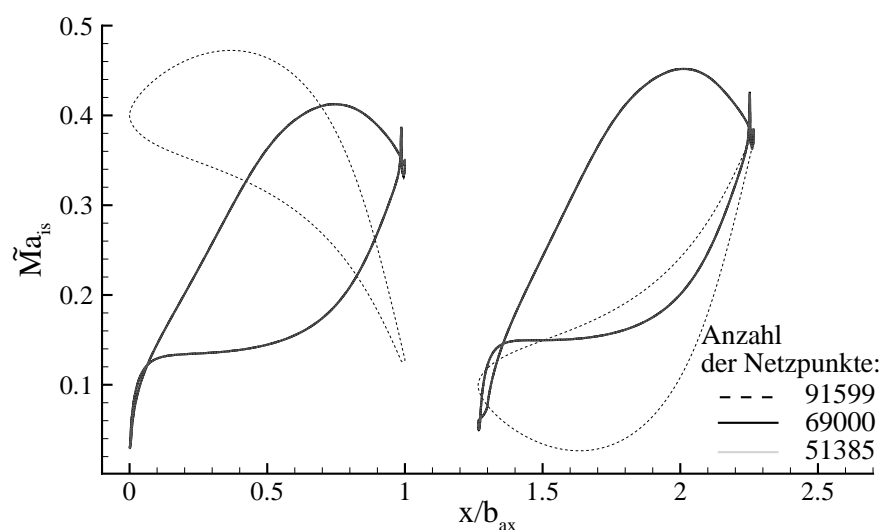


Abbildung 3.3: Vergleich der zeitlich gemittelten Profilmachzahlen - drei Netzfeinheitsgrade

Schon das gröbste Netz ist fein genug, um z. B. die Profildruckverteilung oder umfangsgemittelte Größen wie Druck, Dichte oder Geschwindigkeit mit zufriedenstellender Genauigkeit zu berechnen. Die in Abb. 3.3 zusammengestellten Verläufe der zeitlich gemittelten Werte der isentropen Profilmachzahlen sind für die drei untersuchten Netze identisch.

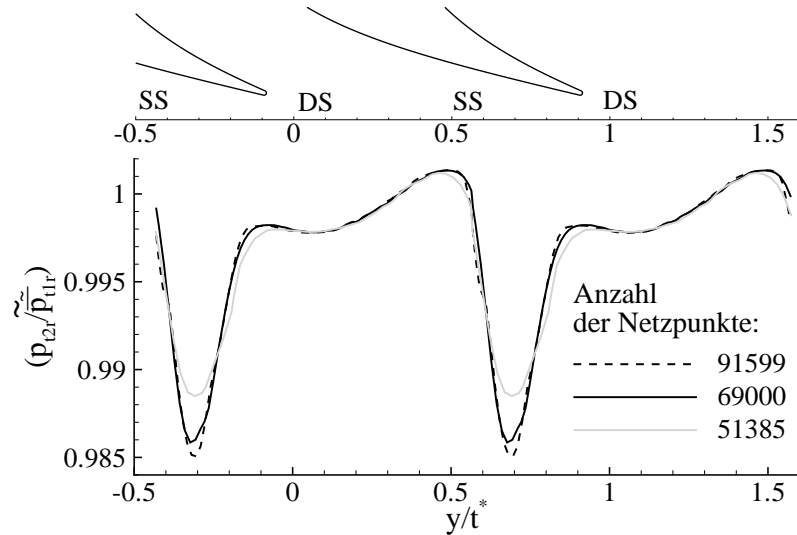


Abbildung 3.4: Vergleich der zeitlich gemittelten Nachlaufdrücken für drei Netzfeinheitsgrade

Signifikante Unterschiede zwischen dem gröbsten und den zwei feineren Netzen kann man aber z. B. bei dem Vergleich von Nachlaufgrößen beobachten. In Abb. 3.4 sind die zeitlich gemittelten Nachlaufdrücken des Verhältnisses des relativen Totaldruckes hinter dem Rotor dargestellt. Wie in dieser Abbildung zu sehen ist, stimmen die mit dem feinsten Netz und dem Netz mit 69000 Punkten erzielte Lösungen relativ gut überein, während die Nachlaufdrücken bei dem gröbsten Netz relativ stark von den beiden anderen Verläufen abweichen. Das Netz mit 69000 Punkten gewährleistet eine ausreichende Rechengenauigkeit bei akzeptablem CPU-Aufwand und wird deshalb bei den Untersuchungen der instationären Effekte verwendet.

In den anderen 2-D Konfigurationen werden der Axialspalt, das Verhältnis der Teilungen im Stator und Rotor sowie die Umfangsposition des zweiten Stators variiert. Die Anzahl der Knotenpunkte auf den Schaufeln, die Verteilung der Punkte in der Grenzschicht und die allgemeine Verteilung der restlichen Netzzellen bleiben dabei identisch. Lediglich die Gesamtanzahl der Netzzellen ändert sich.

### 3.2.2 Zeitschrittverfeinerungsstudie

Die zeitliche Genauigkeit der instationären Lösung wird u. a. durch die Größe des physikalischen Zeitschritts bestimmt. An dieser Stelle soll die für die Simulationen angenommene Zeitschrittweite diskutiert werden. Zu diesem Zweck werden Ergebnisse von Rechnungen mit 80, 120 und 160 Zeitschritten pro Schaufelperiode verglichen. Diese Einstellungen kombiniert



mit einer CFL-Zahl von 50 garantieren eine Zeitschrittkonvergenz von allen Strömungsvariablen in weniger als 15 Unteriterationen.

In Abb. 3.5 ist zu erkennen, dass es keine signifikanten Unterschiede bei den Rechnungen mit 120 und 160 Zeitschritten pro Schaufelperiode gibt.

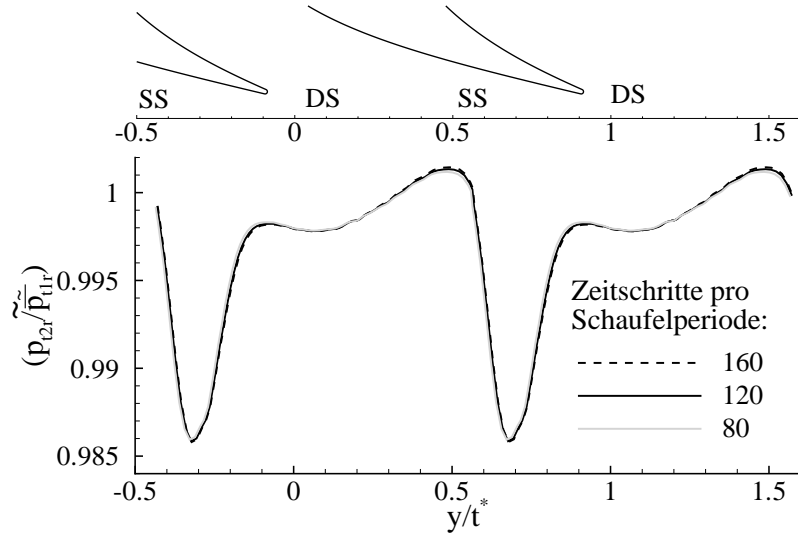


Abbildung 3.5: Vergleich der zeitlich gemittelten Nachlaufzellen für drei Zeitschrittweiten

In Tab. 3.2 wurden die aus einer DFT-Analyse gewonnenen Fundamentalfrequenzen des instationären Entropieverlustbeiwertes der gesamten Stufe für die drei Zeitschrittweiten gegenübergestellt. Der Entropieverlustbeiwert wird analog zu Gl. (2.92) berechnet:

$$\psi_{0-2} = \frac{\overline{T_2} \cdot (\overline{s_2} - \overline{s_0})}{\overline{h_{t2r}} - \overline{h_2}} \cdot 100\% . \quad (3.4)$$

Die Frequenzanalyse zeigt, dass 120 Zeitschritte pro Schaufelperiode eine gute Wahl sind. Die relative Abweichung von der bei 160 Zeitschritten ermittelten Frequenz beträgt nur 0.008%, während die Abweichung bei 80 Zeitschritten sich schon auf 0.209% beläuft.

Tabelle 3.2: Fundamentalfrequenzen der Entropieverlustbeiwerte für die gesamte Stufe

Zeitschritte	80	120	160
$f_{\psi_{0-2}}$ [Hz]	4664	4657	4654

### 3.3 Netzgenerierung

Für die Erstellung aller Berechnungsnetze wurde das Netzgenerierungsprogramm Gambit Version 1.3.0 [44] verwendet. In allen geometrischen Konfigurationen wurde die Rechendomäne mit hybriden Netzen diskretisiert. Um das Schaufelprofil wurde ein körperangepasstes strukturiertes O-Netz gelegt, was eine genaue Auflösung der Grenzschicht gewährleistet. Das restliche Gebiet wurde mit unstrukturierten Viereckzellen ausgefüllt. Die Netze wurden nach den in den Abschnitten 2.5 und 3.2.1 vorgestellten Richtlinien angefertigt.

Das gleiche Profil wurde sowohl im Stator als auch im Rotor unter dem gleichen Staffelungswinkel eingesetzt.

Als Beispiel der Vernetzung von 2-D Konfigurationen wurde in Abb. 3.6 das Netz für das Verhältnis der Teilungen von 1.25 und den Axialspalt von 20% der Profilhöhenlänge dargestellt.

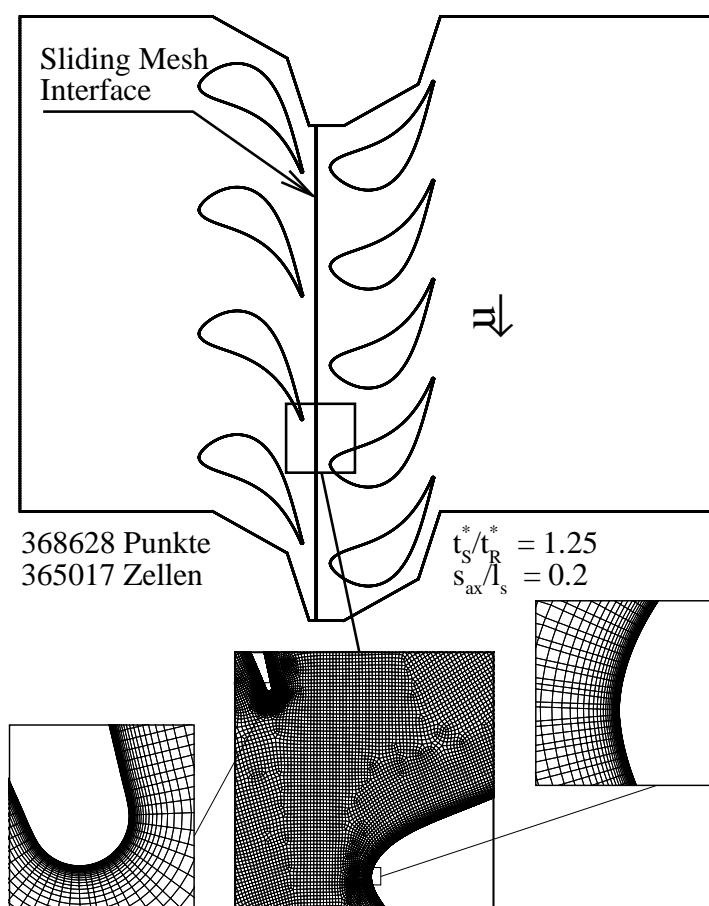


Abbildung 3.6: Beispiel für ein 2-D Rechennetz

Die restlichen 2-D Netze wurden nach dem gleichen Prinzip aufgebaut und unterscheiden sich lediglich in der Gesamtzahl der Knotenpunkte.

- Einzelgitter

Knotenpunkte auf dem Profil: 480

Knotenpunkte gesamt:

$t^*/l_s$	0.6094	0.7617	0.9521
	36516	42489	49591

- Stator-Rotor  $t_S^*/t_R^* = 1$

Knotenpunkte auf dem

Statorprofil:	Rotorprofil:	Interface:
445	461	120

Knotenpunkte gesamt:

$s_{ax}/l_s$	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35
	67895	69000	70046	71222	72221

- Stator-Rotor  $t_S^*/t_R^* = 0.8$

Knotenpunkte auf

einem Statorprofil:	einem Rotorprofil:	dem Interface:
445	461	480

Knotenpunkte gesamt:

$s_{ax}/l_s$	0.2	0.3
	314757	323600

- Stator-Rotor  $t_S^*/t_R^* = 1.25$

Knotenpunkte auf

einem Statorprofil:	einem Rotorprofil:	dem Interface:
445	461	600

Knotenpunkte gesamt:

$s_{ax}/l_s$	0.2	0.3
	368628	379678

- $1\frac{1}{2}$  Stufen - alle Clocking-Positionen

Knotenpunkte auf dem

1. Statorprofil:	Rotorprofil:	2. Statorprofil:	1. und 2. Interface:
445	461	461	je 120

Knotenpunkte gesamt: 97845

In den 3-D Konfigurationen bilden die Kontur der Statorschaufel 200 und der Rotorschaufel 204 Punkte. Die Anzahl der Netzknoten in radialer Richtung beträgt 108. Die Anzahl der

Punkte auf dem Interface in der Umfangsrichtung ist 60. Die Gesamtzahl der Knotenpunkte in der Konfiguration  $s_{ax}/l_s = 0.2$  ist 1031385 und in der Konfiguration  $s_{ax}/l_s = 0.3$  beträgt sie 1052352. Die Oberflächennetze für den Berechnungsfall mit dem Axialspalt von 20% der Sehnenlänge sind in Abb. 3.7 dargestellt.

Als erster Schritt bei der Generierung des 3-D Netzes wurde ein Oberflächennetz auf der Nabe erzeugt. Dabei wurden ähnlich wie in den 2-D Konfigurationen O-Netze um die Schau-felprofile gelegt. Die restliche Fläche wurde mit unstrukturierten Viereckzellen gefüllt. Geeignete Glättungsfunktionen wurden angewendet. Weil der Öffnungswinkel des einzelnen periodischen Segments nur ca.  $3.87^\circ$  beträgt, konnte das so genannte Cooper Schema eingesetzt werden. Hierbei wird das Oberflächennetz von der Nabe in die radiale Richtung zum Gehäuse hin extrudiert. Somit entsteht ein hochqualitatives Hexaeder-Netz, wo geometrisch schwierige Stellen in Axial- und Umfangsrichtung unstrukturiert vernetzt werden. In radia-ler Richtung ist die Verteilung strukturiert. Auch z. B. auf dem Interface entsteht auf diese Weise ein strukturiertes Netz mit regulären Viereckzellen.

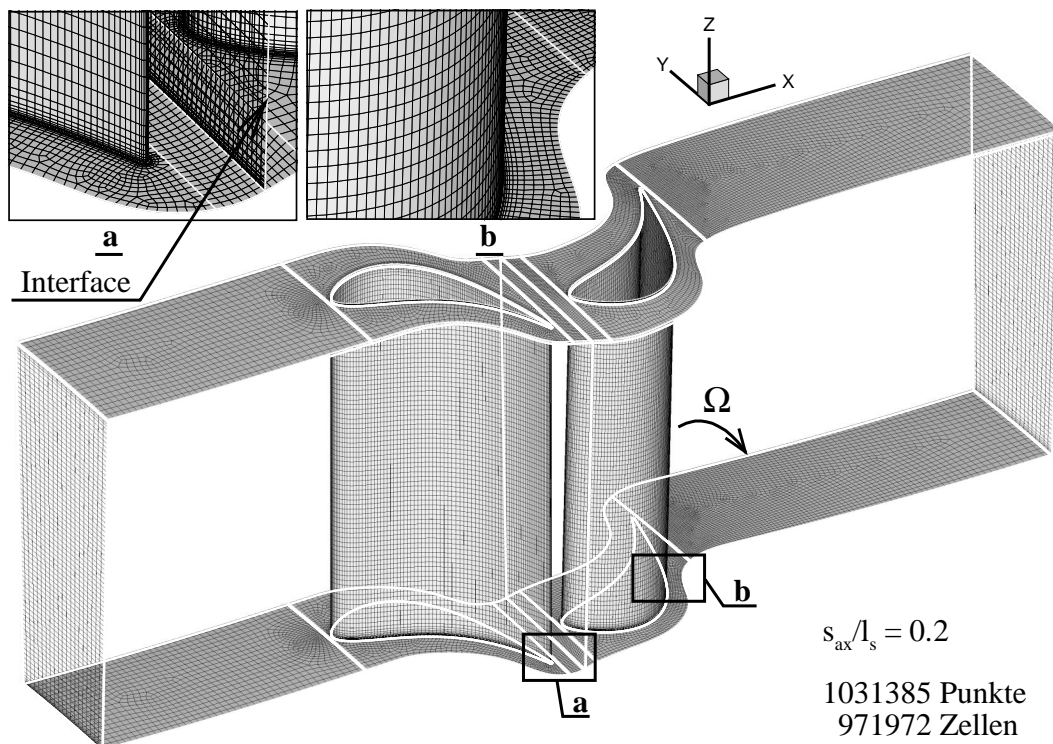


Abbildung 3.7: Beispiel für ein 3-D Rechenetz - Oberflächennetz

### 3.4 Fehleranalyse

Aufgrund ihrer Definitionen erfordert besonders die Berechnung der Verlustbeiwerte (Abschnitt 2.8) eine sehr hohe Genauigkeit der eingesetzten numerischen Verfahren.

Die Verlustbeiwerte werden nicht direkt durch den Löser ermittelt, sondern müssen anhand der Werte der primitiven Variablen:  $\rho$ ,  $U_x$ ,  $U_y$ ,  $U_z$  und  $p$  bestimmt werden. Die Größen werden von dem Löser in jeder Netzzelle mit einer gewissen Genauigkeit berechnet. Deshalb spiegeln die Verlustbeiwerte die Bestimmungsgenauigkeit der Variablen wider. Allgemein kann die Empfindlichkeit des maximalen absoluten Fehlers mit Hilfe der totalen Ableitung beziffert werden:

$$\epsilon(\Phi) = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial \Phi}{\partial \phi_i} \right| \cdot \epsilon \phi_i . \quad (3.5)$$

Dabei ist  $\Phi$  eine Funktion von  $n$  Parametern  $\phi_i$ , die entsprechend mit den Genauigkeiten  $\epsilon \phi_i$  ermittelt wurden.

Für Illustrationszwecke soll an dieser Stelle eine hypothetische 2-D Stator-Rotor Konfiguration bezüglich der Genauigkeit untersucht werden:

Druck [Pa]	Dichte [kg/m <sup>3</sup> ]	Geschwindigkeit [m/s]
$\tilde{\bar{p}}_0 = 1.68 \cdot 10^6$	$\tilde{\bar{\rho}}_0 = 20$	$\tilde{\bar{U}}_{x0} = 35 \quad \bar{U}_{x1} = 40$
$\bar{p}_1 = 1.54 \cdot 10^6$	$\bar{\rho}_1 = 19$	$\tilde{\bar{U}}_{y0} = 1 \quad \bar{U}_{y1} = -120$
$\epsilon(\tilde{\bar{p}}) = \epsilon(\bar{p}) = 10$	$\epsilon(\tilde{\bar{\rho}}) = \epsilon(\bar{\rho}) = 10^{-4}$	$\epsilon(\tilde{\bar{U}}) = \epsilon(\bar{U}) = 10^{-3}$

Tabelle 3.3 fasst die resultierenden Sensitivitäten des Entropie- und Totaldruckverlustbeiwertes zusammen. Die entsprechenden Werte des maximalen absoluten Fehlers sind:  $\epsilon(\omega) = 0.001\%$  und  $\epsilon(\psi) = 0.068\%$ . Das berechnete Fehlerniveau erscheint ziemlich klein. Vergleicht man jedoch ihre Größenordnung mit den Ergebnissen aus dem Abschnitt 4.2, stellt man fest, dass die Änderungen der für unterschiedliche Konfigurationen berechneten Beiwerte sich in ähnlichen Bereichen bewegen.

Tabelle 3.3: Werte der partiellen Ableitungen

$\left  \frac{\partial \omega}{\partial \tilde{\bar{p}}_0} \right $	$\left  \frac{\partial \omega}{\partial \tilde{\bar{p}}_1} \right $	$\left  \frac{\partial \omega}{\partial \tilde{\bar{\rho}}_0} \right $	$\left  \frac{\partial \omega}{\partial \tilde{\bar{\rho}}_1} \right $	$\left  \frac{\partial \omega}{\partial \tilde{\bar{U}}_{x(y)0}} \right $	$\left  \frac{\partial \omega}{\partial \tilde{\bar{U}}_{x(y)1}} \right $
5.6e-7	5.9e-7	9.8e-5	1.4e-3	1.1e-4	1.3e-4
$\left  \frac{\partial \psi}{\partial \tilde{\bar{p}}_0} \right $	$\left  \frac{\partial \psi}{\partial \tilde{\bar{p}}_1} \right $	$\left  \frac{\partial \psi}{\partial \tilde{\bar{\rho}}_0} \right $	$\left  \frac{\partial \psi}{\partial \tilde{\bar{\rho}}_1} \right $	$\left  \frac{\partial \psi}{\partial \tilde{\bar{U}}_{x1}} \right $	$\left  \frac{\partial \psi}{\partial \tilde{\bar{U}}_{y1}} \right $
1.5e-5	1.6e-5	1.8	1.8	1.9e-3	5.8e-3

Es ist offensichtlich, dass die Definition des Entropieverlustbeiwertes am stärksten durch die

Ungenauigkeiten der räumlich gemittelten primitiven Variablen beeinflusst wird. Besonders stark ist die Empfindlichkeit auf die Berechnungsungenauigkeiten der Dichte.

Dieses Beispiel zeigt, dass eine zuverlässige Ermittlung der Verluste sehr hohe Ansprüche an die benutzte Strömungssimulationsmethode, insbesondere Turbulenzmodellierung, stellt. Die Anforderungen an das Postprocessing, also die eigentliche Auswertung der Strömungsdaten aus dem Löser, sind ebenfalls sehr hoch. Eine geeignete Methode zur räumlichen Mittelung (Abschnitt 2.7) ist genauso wichtig, wie z. B. die Verwendung von Integrationsverfahren höherer Ordnung bei der zeitlichen Mittelung.

## 4 Ergebnisse

Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Beschaukelung einer typischen Hochdruckdampfturbine untersucht. Dabei wurden unterschiedliche strömungsmechanische und geometrische Konfigurationen simuliert. Als Strömungsparameter wurden die Zuströmmachzahl, der Zuströmwinkel und die Reynolds-Zahl variiert. Die Mach-Zahl und die Reynolds-Zahl wurden durch entsprechende Erhöhung des Druckniveaus unabhängig voneinander verändert. Als Geometrieparameter wurden die Anzahl der Schaufelreihen, die Schaufelteilung bzw. das Verhältnis der Teilungen, der Axialspalt zwischen dem Stator- und Rotorkranz sowie das Clocking des zweiten Stators verändert. Dabei wurde die Komplexität der Geometrie von 2-D Einzelgitter über instationäre Konfigurationen mit zwei und drei Schaufelreihen bis hin zu 3-D Stufenkonfigurationen gesteigert. Durch die Einbeziehung von 2-D Berechnungen war es möglich, selektiv die Profilverluste unabhängig von den Randverlusten (siehe z. B. [93]) zu betrachten. Auch die instationären Effekte konnten dabei auf Potenzial- und Nachlaufwechselwirkungen beschränkt und von den Sekundäreffekten separat untersucht werden. Darüber hinaus erlauben die 2-D Simulationen eine breite Parameterstudie mit relativ wenig Speicher- und Rechenaufwand durchzuführen, ohne dabei auf eine hohe räumliche und zeitliche Auflösung der Strömungseffekte zu verzichten.

### 4.1 Stationäre Gittersimulationen

Der Zweck dieser Simulationen war es, einerseits eine Grundlage für die weiteren instationären Stufenrechnungen zu schaffen - Ermittlung der Abströmwinkel und Abströmgeschwindigkeiten aus dem Statorgitter um die Umfangsgeschwindigkeit des Rotors zu berechnen, andererseits sollten die Ergebnisse als Referenz für die zeitlich gemittelten Daten aus den instationären Konfigurationen dienen.

Bei den stationären Gittersimulationen wurde die Zuströmmachzahl, die Abströmreynoldszahl, der Zuströmwinkel sowie die Schaufelteilung variiert.

In Abb. 4.1 wurden die Verlustbeiwerte ( $\xi_{0-1}$ ,  $\zeta_{0-1}$ ,  $\omega_{0-1}$  und  $\psi_{0-1}$ ) als Funktion der Zuströmmachzahl und der Reynolds-Zahl aufgetragen. Die Beiwerte wurden anhand der umfangsgemittelten Daten errechnet - vergleiche Abschnitt 2.8.

Allgemein ist festzustellen, dass die Druckverluste (Druckverlustbeiwert, Totaldruckverlustbeiwert) mit steigender Mach-Zahl ansteigen - rechte Bildhälfte Abb. 4.1. Die Energie- bzw. Entropieverlustbeiwerte werden dagegen mit größer werdender Zuströmmachzahl kleiner - linke Bildhälfte Abb. 4.1. Die unterschiedlichen Tendenzen sind auf die Definitionen der

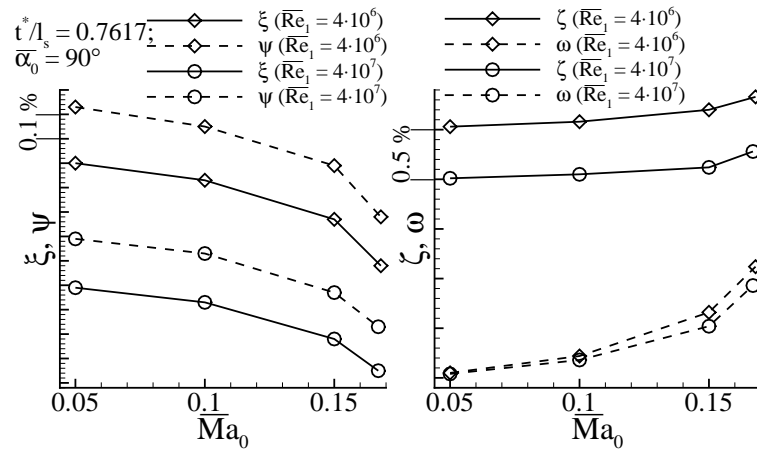


Abbildung 4.1: Verlustbeiwerte als Funktion der Zuströmmachzahl

Verlustziffer zurückzuführen - siehe Abschnitt 2.8. Sowohl in der Definition des Energie- als auch des Entropieverlustbeiwertes taucht im Nenner ein Ausdruck auf, der proportional zum Quadrat der Zuströmmachzahl ist. Wenn die Referenzmachzahl größer wird, werden die Beiwerte kleiner.

Wie bereits angesprochen, werden die höheren Reynolds-Zahlen durch eine Erhöhung des absoluten Druckniveaus in der Strömung erreicht. Größere Reynolds-Zahlen bedeuten dünnere Grenzschichten und somit kleinere Verluste.

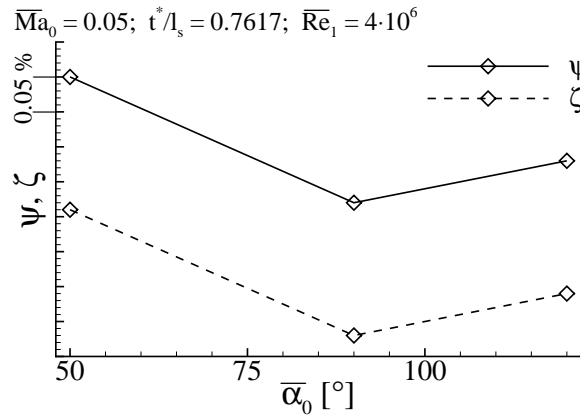


Abbildung 4.2: Verlustbeiwerte als Funktion des Zuströmwinkels

Die untersuchte Schaufelgeometrie wurde für den optimalen Zuströmwinkel von  $90^\circ$  ausgelegt. Eine Fehlanströmung (Inzidenz), die z. B. bei Teillast- oder Überlastbetrieb stattfindet, zieht eine Erhöhung der Strömungsverluste nach sich - Abb. 4.2.

Mit steigender Teilung wird der Anteil der reibungsbehafteten Grenzschichtströmung an dem Gesamtmassenstrom kleiner. Eine Vergrößerung der Teilung führt also zur Abnahme der Verluste - Abb. 4.3.

Abbildung 4.4 zeigt den Einfluss der Zuströmmachzahl, der Schaufelteilung und des Zu-



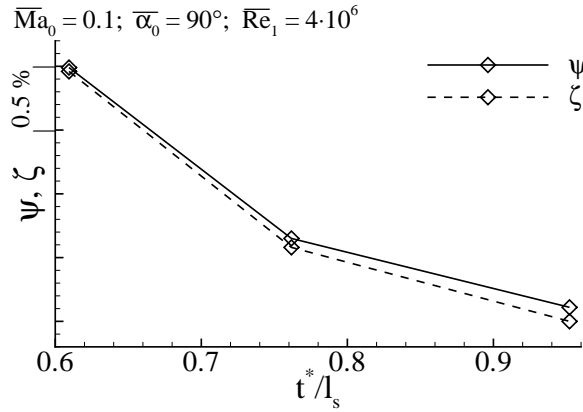
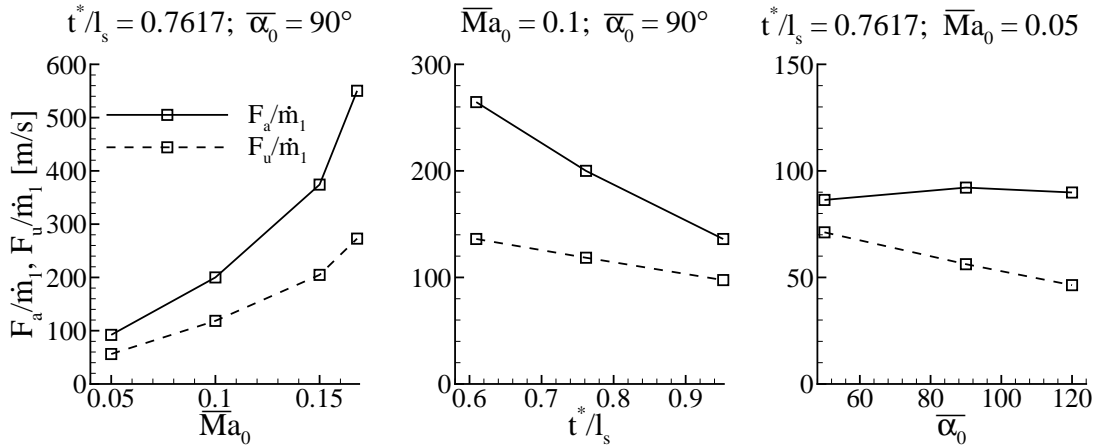


Abbildung 4.3: Verlustbeiwerte als Funktion der Teilung

ström winkels auf die Belastung der Beschau felung. In der Abbildung wurden die auf den Abströmmassenstrom bezogenen Axial- und Umfangskomponenten der Schau felkraft aufgetragen.

Eine Erhöhung der Zu strömmachzahl führt zu höheren Massenströmen und zu einer erhöhten Belastung der Beschau felung. Mit steigender Teilung wird die Umlenkung des Schau felgitters kleiner und die auf die Schau fel wirkenden massenstrombezogenen Kräfte werden auch kleiner. Wie dem rechten Diagramm in Abb. 4.4 zu entnehmen ist, hat die Veränderung des Zu strömwinkels hauptsächlich einen Einfluss auf die Umfangskomponente der Schau felkraft. Eine Veränderung der Reynolds-Zahl beeinflusst nur die absoluten Werte der Kräfte. Die oben beschriebenen Tendenzen werden aber beibehalten.

Abbildung 4.4: Bezogene Schau felkräfte - Einzelgitter  $\overline{Re}_1 = 4 \cdot 10^6$ 

In Abb. 4.5 sind die isentropen Profilmachzahlen ebenfalls für unterschiedliche Zu strömmachzahlen, Teilungen sowie Zu strömwinkel dargestellt. Die Definition der isentropen Mach-Zahl ist Gl. (3.1) zu entnehmen. Die Verläufe der Profilmachzahl sind für beide untersuchten Reynolds-Zahlen identisch.

In dem linken Diagramm ist zu sehen, dass bei der Zu strömmachzahl von 0.168 auf der

Saugseite des Profils ein Verdichtungsstoß entsteht. Wie in Abb. 4.6 gezeigt, kommt es in dem Stoß lokal zu transsonischer Strömung -  $Ma \approx 1$ .

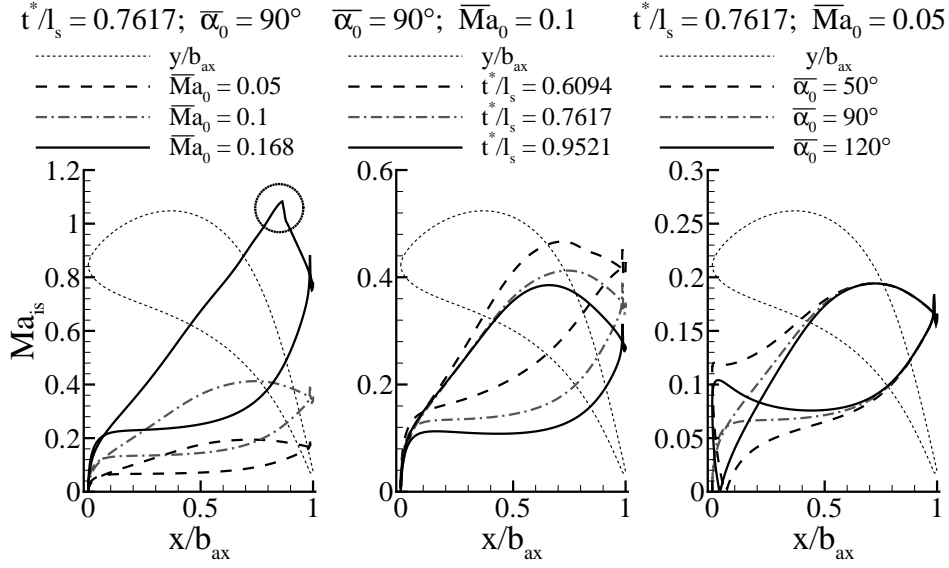


Abbildung 4.5: Isentrope Profilmachzahl - Einzelgitter  $\overline{Re}_1 = 4 \cdot 10^6$

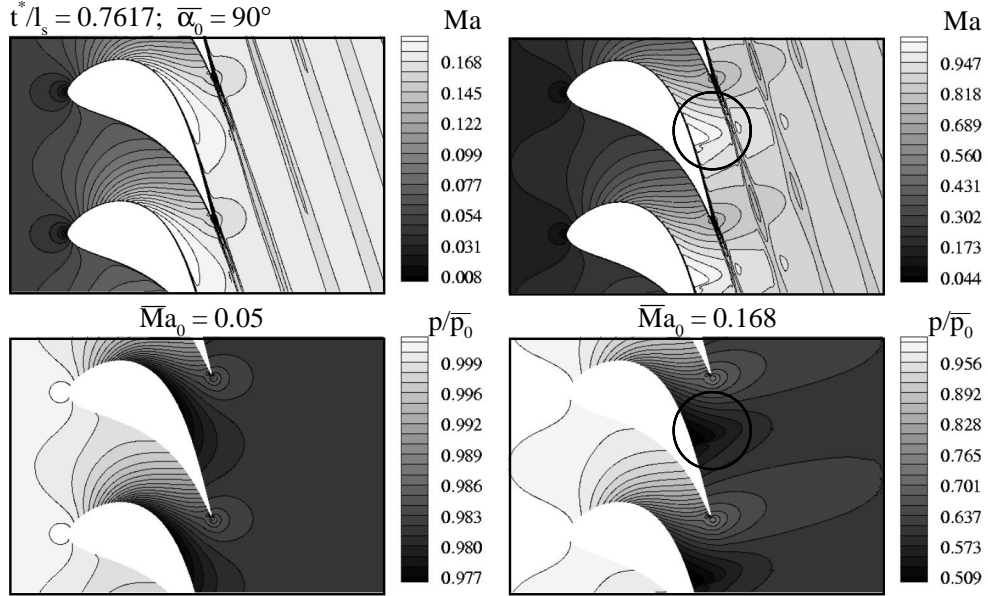


Abbildung 4.6: Kontur der Mach-Zahl und des Druckverhältnisses -  $\overline{Re}_1 = 4 \cdot 10^6$

Das Verhalten des Abströmwinkels aus dem Gitter in Abhängigkeit von der Zuströmmachzahl und der Teilung ist Abb. 4.7 zu entnehmen.

Der Abströmwinkel wird bei der Erhöhung der Zuströmmachzahl geringfügig kleiner. Die Änderung der Teilung hat dagegen einen relativ großen Einfluss auf den Abströmwinkel und der Abströmwinkel wird bei größeren Teilungen größer. Generell führt eine Verkleinerung

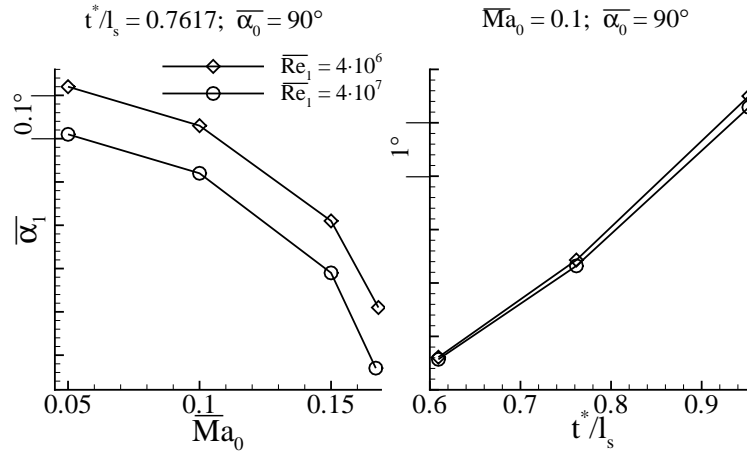


Abbildung 4.7: Abströmwinkel als Funktion der Zuströmmachzahl und der Teilung

der Teilung, oder eine Erhöhung der Mach-Zahl, zur Verkleinerung des Abströmwinkels in dem untersuchten Bereich. Die Abhängigkeit des Abströmwinkels von der Reynolds-Zahl ist schwach. Der Einfluss einer Fehlanströmung des Gitters auf den Abströmwinkel ist bei den untersuchten Konfigurationen ebenfalls vernachlässigbar klein.

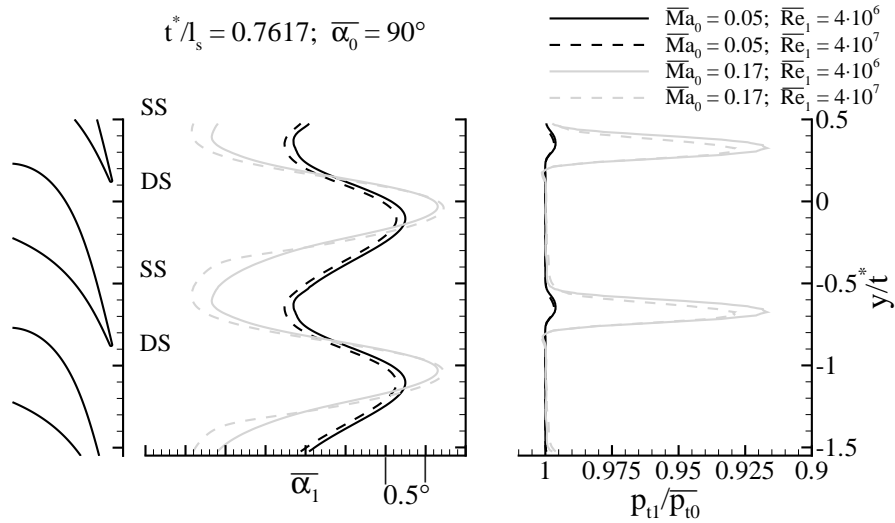


Abbildung 4.8: Nachlaufgrößen als Funktion der Zuströmmachzahl

In Abb. 4.8 ist ein Vergleich der Nachlaufgrößen (Schnitt bei 20% der Sehnenlänge hinter der Hinterkante) für das Teilungsverhältnis  $t^*/l_s = 0.7617$ , zwei Zuströmmachzahlen und zwei Reynolds-Zahlen dargestellt. Aus dem Verlauf der Dellen ist zu erkennen, dass im Nachlauf ein Minimum im Totaldruckverhältnis  $p_{t1}/\overline{p_{t0}}$  und im Abströmwinkel  $\alpha_1$  entsteht. Dabei kann man beobachten, dass mit steigender Mach-Zahl eine leichte Verschiebung des Minimumwertes des Abströmwinkels  $\alpha_1$  von der Druckseite in Richtung der Saugseite des Nachlaufs stattfindet. Da die Grenzschichtdicke eine Funktion der Reynolds-Zahl ist, wird bei größeren Reynolds-Zahlen (kleineren Grenzschichtdicken) der „Defekt“ im Totaldruckverhältnis kleiner. Mit steigender Mach-Zahl wird er größer.

## 4.2 Instationäre Stufensimulationen

An dieser Stelle werden Ergebnisse einer Parameterstudie beschrieben, die sich mit der instationären Strömung in typischer Hochdruckstufe einer Dampfturbine befasste. Dabei wurde im Stator und im Rotor das gleiche Profil unter einem bestimmten Staffelungswinkel eingesetzt.

Als geometrische Parameter wurden der Axialabstand zwischen Stator und Rotor sowie das Verhältnis der Teilungen in den Schaufelreihen variiert. Fünf Axialspalte  $s_{ax}$  von 15, 20, 25, 30 und 35 Prozent der Profilsehnenlänge  $l_s$  und drei Verhältnisse der Teilungen  $t_S^*/t_R^*$  von 0.8, 1.0 und 1.25 wurden untersucht. Als Strömungsparameter wurden die Zuströmmachzahl der Zuströmwinkel und die Reynolds-Zahl verändert. Drei Zuströmmachzahlen: 0.05, 0.1 und 0.13 und drei Zuströmwinkel: 50°, 90° und 120° wurden eingestellt. Das Druckniveau an der Abströmung wurde so angepasst, dass zwei Reynolds-Zahlen von  $4 \cdot 10^6$  und  $4 \cdot 10^7$  simuliert wurden.

### 4.2.1 Gleiche Teilungen im Stator und Rotor

Die charakteristischen Strömungsdaten der Stufenkonfigurationen mit gleichen Teilungen in beiden Schaufelreihen sind in Tab. 4.1 zusammengefasst.

Tabelle 4.1: Charakteristische Daten -  $t_S^*/t_R^* = 1$

$\overline{\tilde{Ma}_{a0}}$	$\overline{\tilde{Ma}_{r2}}$	$\tilde{p}_2/\tilde{p}_0$	$Sr$
0.05	0.17	0.96	3.1
0.1	0.39	0.83	3.0
0.13	0.65	0.64	2.8

Hierbei ist die Strouhal-Zahl  $Sr$  definiert als:

$$Sr \equiv \frac{2 \cdot b_{axR}}{(\overline{\tilde{w}_{a1}} + \overline{\tilde{w}_{a2}}) \cdot T_S^*} . \quad (4.1)$$

Die Strouhal-Zahl [86] quantifiziert die Fluktuation der Strömung und beschreibt die Zeit, die ein Fluidpartikel braucht, um die Rotorkaskade während einer Schaufelperiode zu passieren. Diese Periode ist hier die Zeit, die eine Rotorschaukel braucht, um eine Teilung des Stators zu durchlaufen:

$$T_S^* = \frac{t_S^*}{|u|} . \quad (4.2)$$

Die zwei Hauptquellen von Instationaritäten bei Stator-Rotor Interaktion sind Potenzial- und Nachlaufeffekte.

Die Potenzialeffekte, die rein reibungsfreier Natur sind, entstehen durch gegenseitige Beeinflussung der sich relativ zueinander bewegenden Rotor- und Statorschaufeln. Dabei werden Druckschwankungen erzeugt, die sich sowohl stromab- als auch stromaufwärts ausbreiten. Die Nachlaufeffekte entstehen durch Entropieerzeugung in den Profilgrenzschichten und durch Mischung der so gebildeten druck- und saugseitigen viskosen Ströme an der Hinterkante der Schaufel. Die Nachläufe interagieren mit den stromab liegenden Schaufeln und deren Nachläufen.

Andere Quellen von Instationaritäten wie z. B. Stoß-Grenzschicht Interaktion oder Schaufelflattern wurden hier nicht modelliert.

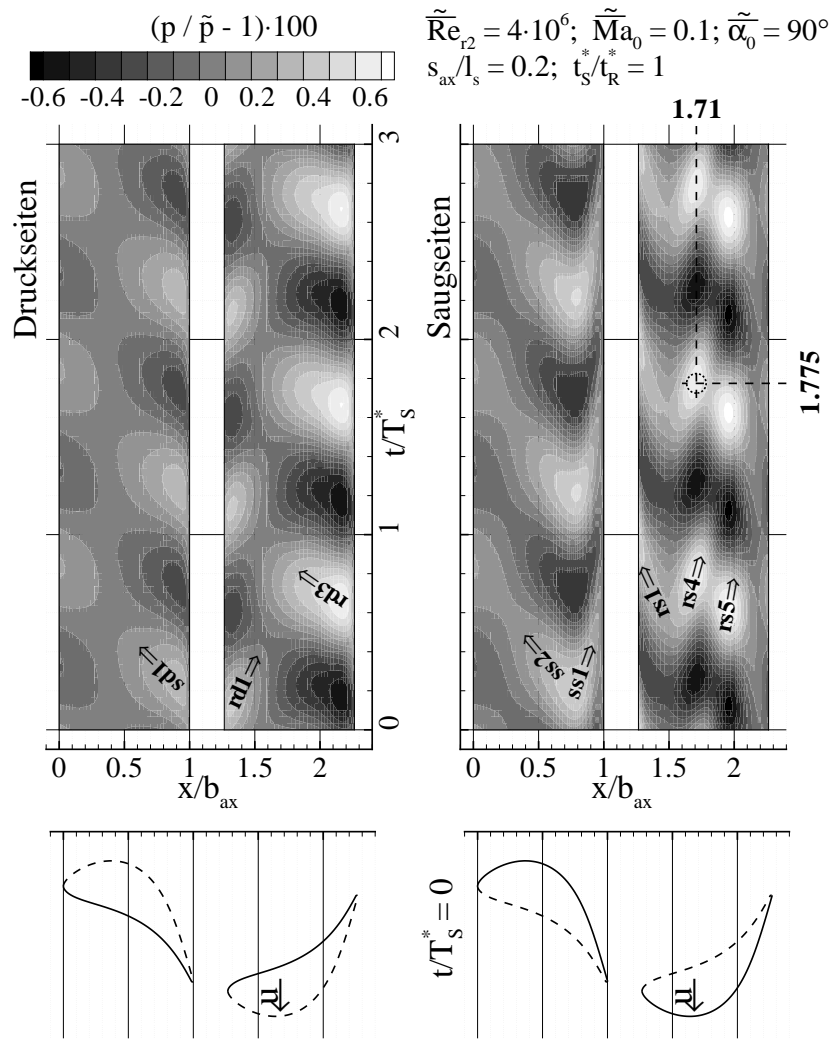


Abbildung 4.9: Zeitliche Druckfluktuationen auf den Schaufelprofilen

In Abb. 4.9 ist ein Druckfluktuationsdiagramm für einen exemplarischen Berechnungsfall dargestellt. Diagramme dieser Art geben die zeitliche Abhängigkeit der Schwankung (z. B.  $p - \bar{p}$ ) auf der Profilloberfläche wieder. Daraus können die Stärke und die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Fluktuationen (in der vorliegenden Darstellung die Axialgeschwindigkeit) abgeleitet werden.

Relativ starke Druckschwankungen entstehen im Axialspalt zu dem Zeitpunkt  $t/T_S^* \approx 0$  - siehe Abb. 4.9. In diesem Moment ist der Abstand zwischen der Statorhinter- und Rotorvorderkante am kleinsten und die potenzielle Interaktion zwischen den beiden Schaufelreihen erreicht ihr Maximum. Zu einem späteren Zeitpunkt, bei  $t/T_S^* \approx 0.6$ , kann man die Entstehung eines Potenzialeinflusses der Statorhinterkante auf das vordere Teil der Rotorsaugseite beobachten. Diese Potenzialwirkung verschiebt sich aufgrund der relativen Rotor-Stator Bewegung zuerst auf der Saugseite des Rotors zur Anströmkannte hin. Auf diese Weise entsteht eine Schwankung, die in Abb. 4.9 als **rs1** bezeichnet wird - Spur der Fluktuation Nummer 1 auf der Saugseite des Rotors. Nachdem die Fluktuation die Anströmkannte passiert, wandert sie an der Rotordruckseite von der Vorderkante weg - **rd1**.

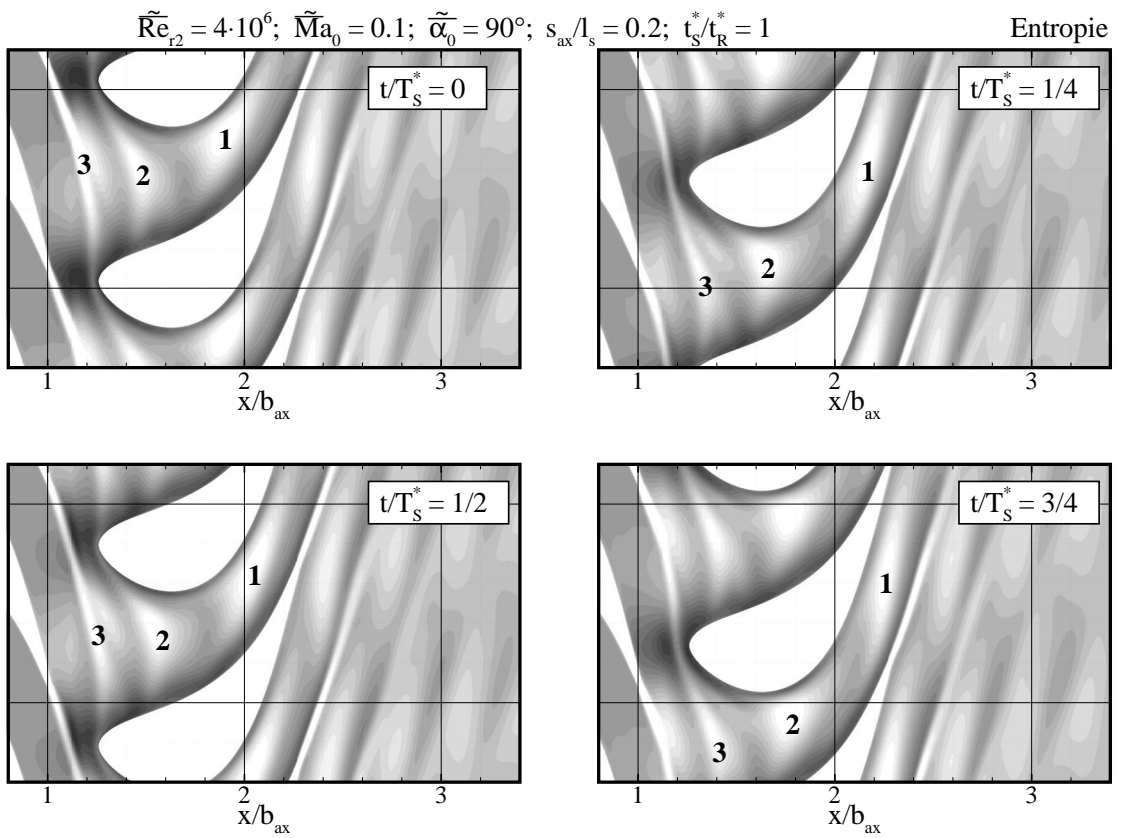


Abbildung 4.10: Nachlauftransport

Der Potenzialeinfluss vom Rotor auf die Statorsaugseite kann als Fluktuation **ss1** beobachtet werden. Während sich die Rotorvorderkante der Saugseite des Stators nähert, bewegt sich **ss1** erstmal in Richtung der Hinterkante des Stators. Sie passiert die Hinterkante und setzt sich weiter als **sd1** auf der Statordruckseite fort. Dabei entfernt sich wieder die Rotorvorderkante von der Statorhinterkante und die Schwankung wandert Stromaufwärts. Diese Druckfluktuation wird später sogar auf der Saugseite des Stators als **ss2** sichtbar.

Da sich die Rotorvorder- und Statorhinterkante voneinander wegbewegen, wird die Potenzialwirkung schwächer und im Axialspalt entsteht ein Druckabfall. Dadurch wird am Austritt

der Stufe eine weitere Fluktuation hervorgerufen, die als **rd3** zu erkennen ist. Sie bewegt sich auf der Rotordruckseite in Richtung der Vorderkante.

Die bei der oben aufgeführten Überlegung angenommene Reihenfolge der Effekte ist willkürlich, da es sich hier um periodische Vorgänge handelt.

Die Geschwindigkeit, mit der sich die Fluktuationen **1 - 3** auf den Schaufeloberflächen „bewegen“, hängen hauptsächlich von der Schaufelgeometrie und der Umfangsgeschwindigkeit des Rotors ab.

Besonders interessant sind aber die Druckschwankungen **rs4** und **rs5**, die sich in etwa mit der Strömungsgeschwindigkeit fortpflanzen. Nimmt man Abb. 4.10 zur Hilfe, so kann man erkennen, dass sich die durch den Rotor „zerschnittenen“ Statornachläufe mit der gleichen Geschwindigkeit bewegen. Die axiale Transportgeschwindigkeit der Statornachläufe ist am Eintritt des Rotorkanals gleich der Strömungsgeschwindigkeit. Am Austritt des Rotorgitters werden die Nachläufe „gestreckt“ und geringfügig verlangsamt.

Es scheint also, dass die Fluktuationen **rs4** und **rs5** die selbe Ursache haben und zwar die Nachlaufwechselwirkung. Somit würde der Statornachlauf die Druckverteilung auf der Saugseite des Rotors beeinflussen. Eine plausible Erklärung liefert hier die „Negative-Jet“ Theorie - siehe z. B. [52]. Die „Negative-Jet“ Effekte können mit Hilfe der instationären Geschwindigkeitsfelder  $\vec{U}_r - \vec{U}_r$  visualisiert werden. Die viskosen Nachläufe des Stators weisen einen „Defekt“ in der Geschwindigkeitsverteilung auf, was in Abb. 4.11 als gegen die Strömung gerichtete Vektoren sichtbar ist. Diese „Jets“ erzeugen in dem Rotorkanal instationäre Wirbelstrukturen, die für einen Massentransport sorgen. Auf dem Rotor entsteht dadurch an der Druckseite ein instationäres Druckminimum und an der Saugseite ein instationäres Druckmaximum.

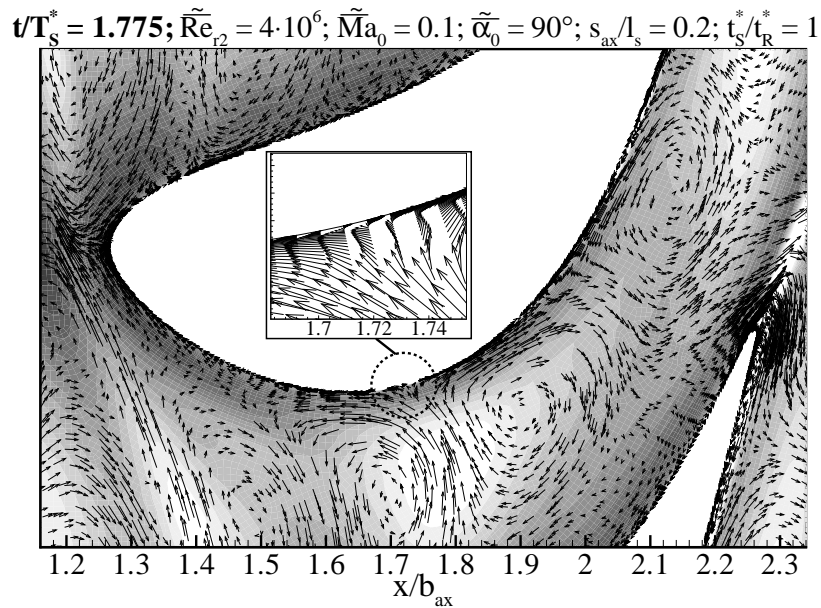


Abbildung 4.11: Nachlauft effekte - „Negative-Jet“

Um dies zu veranschaulichen, zeigt Abb. 4.11 Entropiekonturen und das instationäre Ge-

schwindigkeitsfeld zum Zeitpunkt der maximalen Druckschwankung auf der Rotorsaugseite - siehe Markierung in Abb. 4.9. Bei dem Vergleich der beiden Bilder ist es deutlich zu erkennen, dass das Maximum der Druckschwankung exakt an der Stelle liegt, wo die Wirkung der „Negative-Jet“ Effekte auf die Rotorsaugseite am stärksten ist. Diese Beeinflussung der instationären Profildruckverteilung durch die Nachlaufströmung ist auch in den Standardabweichungen der isentropen Mach-Zahl wiederzufinden - Abb. 4.12. Diese RMS-Werte (Root Mean Square) spiegeln sehr gut den Grad der Fluktuationen auf der Schaufeloberfläche und werden wie folgt definiert:

$$Ma_{isRMS}(x) = \sqrt{\frac{1}{T_S^*} \cdot \int_0^{T_S^*} [\tilde{Ma}_{is}(x) - Ma_{is}(x)]^2 dt} . \quad (4.3)$$

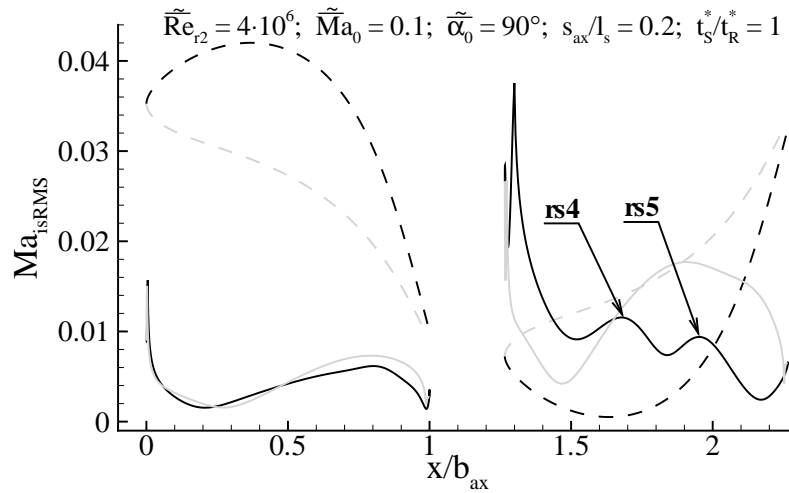


Abbildung 4.12: RMS Werte der isentropen Mach-Zahl

An dieser Stelle ist noch anzumerken, dass die Nachlaufwirkung stark durch die Potenzialeffekte beeinflusst wird. Die von den „Negative-Jet“ Effekten stammenden Druckschwankungen können durch die überlagerten Potenzialeffekte verstärkt oder gedämpft werden. So markieren die zwei Schwankungen **rs4** und **rs5** eigentlich den Weg eines und des selben Nachlaufs über zwei Schaufelperioden  $T_S^*$ . Diese Fluktuationen werden durch die Potenzialeffekte zu bestimmten Zeiten geschwächt und der Verlauf der Schwankung sozusagen getrennt. In Abb. 4.13 wurden die saugseitigen Druckschwankungen für zwei extreme Axialabstände gegenüber gestellt. Es ist hier deutlich zu erkennen, dass bei dem größten Axialspalt, wo die Potenzialeffekte schwächer sind, die Nachlaufwirkung ausgeprägter ist - siehe die gestrichelte Markierung im Bild.

Da die Statornachläufe mit der Rotorgrenzschicht interagieren und die Potenzialeffekte stark von der Profilgeometrie und der Verdrängungsdicke abhängen, werden auch die Potenzialeffekte von den Nachlaufeffekten beeinflusst. Die Potenzial- und Nachlaufeffekte können also nicht völlig entkoppelt betrachtet werden.

Die Wechselwirkung zwischen den Potenzial- und Nachlaufeffekten ist besonders stark bei



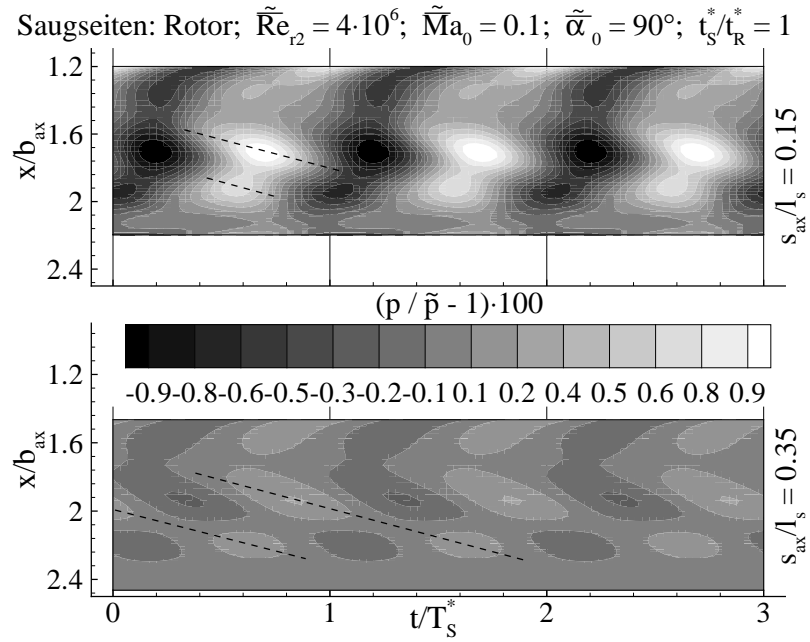


Abbildung 4.13: Druckschwankungen auf der Rotorsaugseite für zwei Axialspalte

den Berechnungskonfigurationen mit der höchsten untersuchten Zuströmmachzahl. In diesen Fällen sind z. B. bei den instationären Fluktuationen der Schaufelkräfte (Abb. 4.14) im Vergleich zu den kleineren Zuströmmachzahlen mehrere Harmonische zu erkennen.

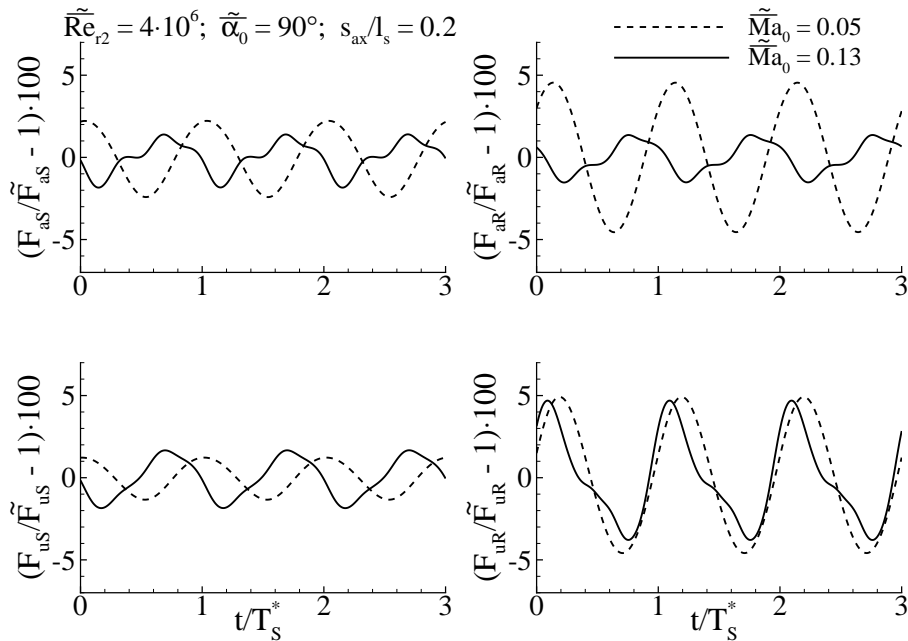


Abbildung 4.14: Fluktuationen der Axial- und Umfangskräfte

In Abb. 4.15 wurden die Ergebnisse einer DFT-Analyse der bezogenen Gesamtkraft im Rotor für die zwei erwähnten Mach-Zahlen gegenübergestellt. In beiden Fällen ist die erste Harmonische gleich der Schaufelfrequenz  $f_S$ , die durch die Potentialeffekte bestimmt wird. Bei

der Zuströmmachzahl von 0.13 sind zusätzlich die zweite und die erste Harmonische deutlich zu erkennen. Die Entstehung von diesen Harmonischen ist auf die „Negative-Jet“ Effekte zurückzuführen.

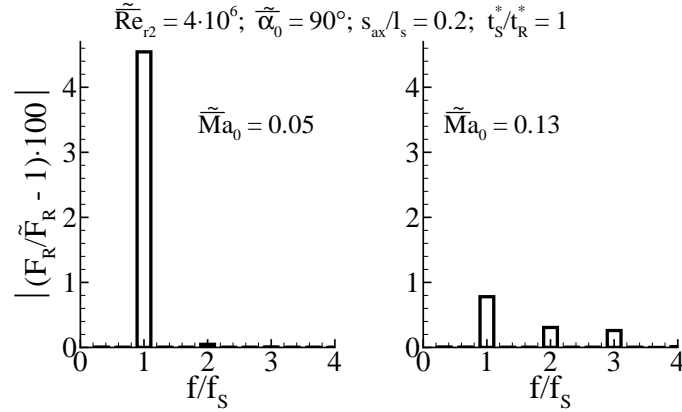


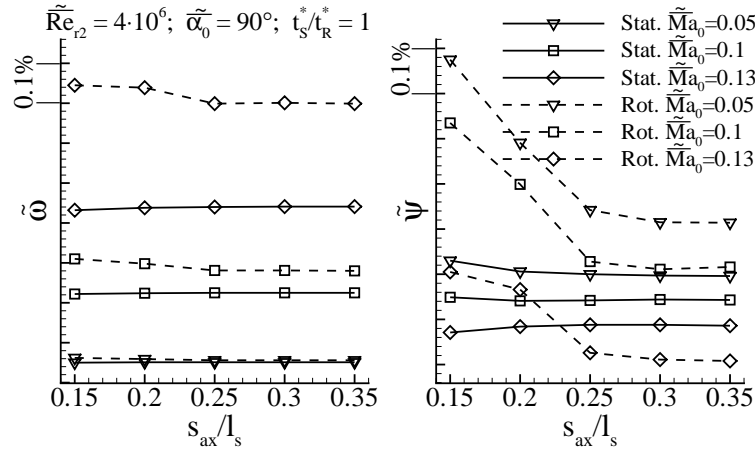
Abbildung 4.15: Frequenzanalyse der Gesamtkraft im Rotor

Die Ausbreitung der hier beschriebenen Potenzial- und Nachlaufeffekte trägt dazu bei, dass die Amplitude und Phase der umfangsgemittelten Größen von der axialen Koordinate der Mittelungsebene abhängig sind. Dank der eingesetzten Mittelungsverfahren bleiben aber die z. B. hinter der Rotorhinterkante umfangs- und zeitgemittelten Größen nahezu von der axialen Lage der Abströmebene unabhängig.

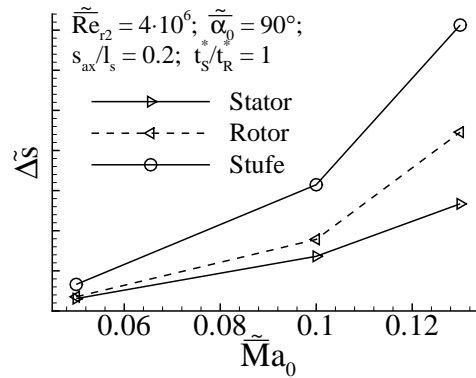
Die mit den instationären Effekten zusammenhängende Verluste sollen an dieser Stelle besonders ausführlich behandelt werden. Zeitgemittelte Werte von zwei Verlustkennzahlen für Stator und Rotor wurden in Abb. 4.16 für unterschiedliche Axialspalte und Zuströmmachzahlen der Stufe verglichen.

Generell nehmen die Verluste im Rotor mit kleiner werdendem Axialspalt zwischen den Spalten von 15 und 25 Prozent der Profilsehne ab. Die Änderungen im Totaldruck sind sowohl im Stator als auch im Rotor sehr klein im Vergleich zu der Verschiebung des absoluten Totaldruckniveaus, die auf die Änderung der Zuströmmachzahl zurückzuführen ist. Aufgrund der Definition von  $\omega$  bestimmt diese Mach-Zahl die Skalierung der Ordinate in dem linken Teil des Diagramms. Im Gegenteil zum Totaldruckverlustbeiwert  $\tilde{\omega}$  zeigt der Entropieverlustbeiwert  $\tilde{\psi}$  zu erwartende Trends in dem Verlustverhalten sowohl als Funktion des Axialspaltes als auch als Funktion der Zuströmmachzahl.

Im Stator sind die Verlustziffer meistens kleiner als im Rotor und praktisch unabhängig von der Mach-Zahl. Nur bei der höchsten Zuströmmachzahl von 0.13 und bei größeren Axialspalten ist der Entropieverlustbeiwert im Stator größer als der im Rotor. Dieses Verhalten von  $\psi$  wurde bereits in dem vorigen Abschnitt angesprochen. In der Definition (Gl. 2.92) wird die Entropieänderung mit einem zum Quadrat der Abströmgeschwindigkeit proportionalen Ausdruck normiert. Da bei der hier eingesetzten Profilgeometrie mit steigender Geschwindigkeit am Eintritt der Stufe die Abströmgeschwindigkeit vom Rotor viel schneller zunimmt als

Abbildung 4.16: Verlustbeiwerte in einer Stufe -  $t_S^*/t_R^* = 1$ 

die vom Stator, ergeben sich kleinere Verlustbeiwerte im Rotor als im Stator. In Abb. 4.17 wurden u. a. die zeitlich gemittelten Entropieänderungen im Stator und im Rotor gegenüber gestellt. Es ist deutlich zu sehen, dass die Verluste im Rotor stets größer als die im Stator sind. Der Rotor erfährt neben der Potenzialwirkung, den Reibungseffekten im eigenen Nachlauf und Grenzschicht sowie den Mischungsvorgängen an der Hinterkante auch zusätzlich den Nachlaufeinfluss vom Stator, was die Quelle von signifikanten Verlusten ist. Die Anströmung des Stators ist homogen und frei von irgendwelchen Nachlauffeffekten. Die zeitlich gemittelten Totaldruckverlustbeiwerte sind im Rotor immer höher als im Stator. Der Totaldruckverlustbeiwert zeigt hier also eine Tendenz, die logischer ist. Betrachtet man die Entropieänderung im Stator, Rotor oder in der gesamten Stufe als Funktion der Zuströmmachzahl - Abb. 4.17, erkennt man, dass die Entropieerzeugung, also auch Verluste, mit zunehmender Mach-Zahl ansteigen.

Abbildung 4.17: Entropieänderung in einer Stufe -  $t_S^*/t_R^* = 1$ 

In Abb. 4.18 wurden die zeitgemittelten Verlustbeiwerte von instationären Stufensimulationen mit Beiwerten von stationären Einzelgitterrechnungen verglichen. Die zeitlich gemittelten Verlustbeiwerte im Stator sind näherungsweise gleich den Werten aus der Gitterrechnung.

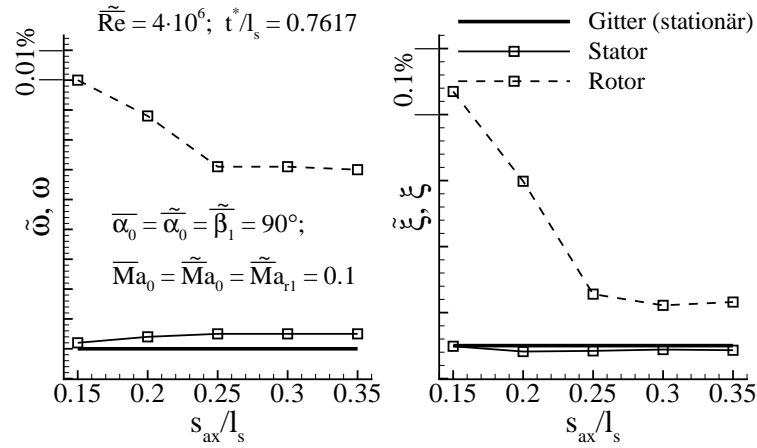


Abbildung 4.18: Verlustbeiwerte - Vergleich von stationären und instationären Ergebnissen

Abbildung 4.19 zeigt die Änderungen von zeitgemittelten Stufenwirkungsgraden und Entropieverlustbeiwerten der gesamten Stufe in Abhängigkeit vom Axialspalt und von der Mach-Zahl. Die Wirkungsgrade und Verlustbeiwerte zeigen konsistente Verläufe zueinander. Aufgrund der Definitionen von  $\eta$  und  $\psi$  nimmt der Wirkungsgrad ab und der Verlustbeiwert mit ansteigender Zuströmmachzahl zu. Größere Axialspalte zwischen Stator und Rotor resultieren in allen Fällen in niedrigeren Verlusten und höheren Wirkungsgraden.

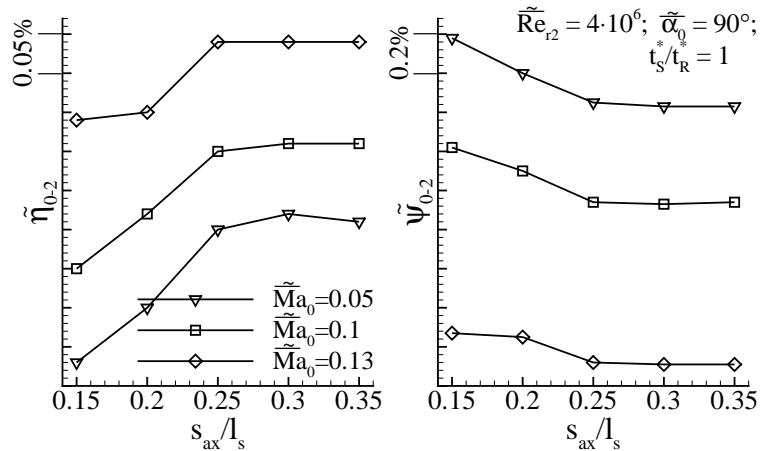


Abbildung 4.19: Stufenwirkungsgrad und Verlustbeiwert als Funktion von  $s_{ax}$  und  $\tilde{Ma}_0$

Der Einfluss des Zuströmwinkels auf die Verluste sowohl in den einzelnen Schaufelreihen als auch in der gesamten Stufe ist relativ groß. Wie erwartet, führt eine Fehlanströmung der Stufe zum Anstieg der Verlustbeiwerte im Stator. Die erhöhten Verluste im Stator haben aber ebenfalls eine Zunahme der Verluste im Rotor zur Folge - Abb. 4.20. Dabei wurden die Berechnungsfälle mit den drei unterschiedlichen Zuströmwinkel so konfiguriert, dass der relative Zuströmwinkel und die relative Zuströmmachzahl zum Rotor stets identisch waren. Eine verlustreichere Nachlaufströmung vom Stator trägt offensichtlich zu einer Vergrößerung der Verluste in der nachfolgenden Schaufelreihe bei. Dieses Verhalten kann ebenfalls durch

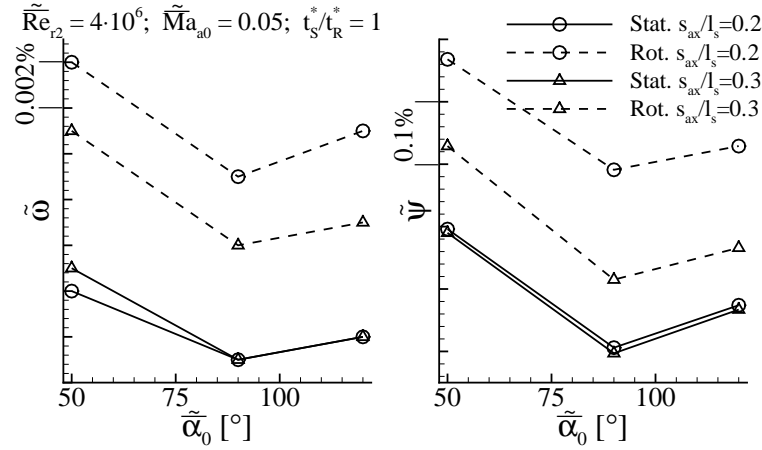


Abbildung 4.20: Verlustbeiwerte im Stator und Rotor als Funktion des Zuströmwinkels

die Wirkung der „Negative-Jet“ Effekte erklärt werden. Dort, wo die Anströmung des Stators ungünstiger ist (größere Inzidenz), entstehen größere Verluste in den Grenzschichten und somit höhere Mischungsverluste und stärker ausgeprägte Statornachläufe. In Abb. 4.21 sind die zeitlich gemittelten Werte des Totaldruckverhältnisses hinter dem Stator bei den Stufenzuflusswinkeln von  $90^\circ$  und  $50^\circ$  gegenübergestellt. In dem Fall, wo die zeitlich gemittelten Verlustbeiwerte im Stator größer sind, sind auch die Nachlaufdüsen geringfügig tiefer und breiter. Stärkere Statornachläufe induzieren stärkere „Negative-Jet“ Effekte und dadurch ebenfalls höhere Verluste im Rotor.

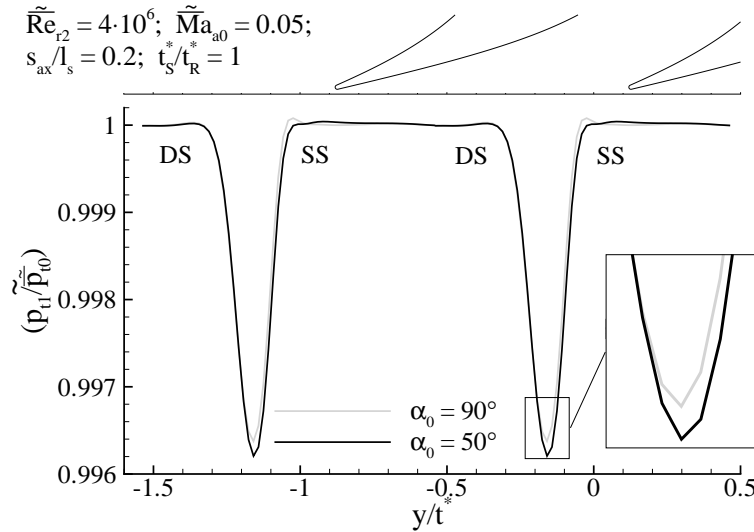


Abbildung 4.21: Zeitlich gemittelte Nachlaufdüsen des Stators

Die zeitgemittelten Wirkungsgrade und Entropieverlustbeiwerte als Funktion des Zuflusswinkels und des Axialspaltes wurden in Abb. 4.22 zusammengestellt.

Vergleicht man für ein Teilungsverhältnis identische Konfigurationen bezüglich der Strömungsdaten (Zuflusswinkel, Mach-Zahl, Reynolds-Zahl), so stellt man fest, dass die zeitlich gemittelten Abflusswinkel sowohl vom Stator als auch vom Rotor näherungsweise gleich den

bei stationären Simulationen ermittelten Werten sind. Ebenso ist kein wesentlicher Unterschied zwischen den Schaufelkräften, die bei den instationären Simulationen berechnet und in der Zeitdomäne gemittelt wurden, und den Kräften für stationäre Einzelgitter, festzustellen.

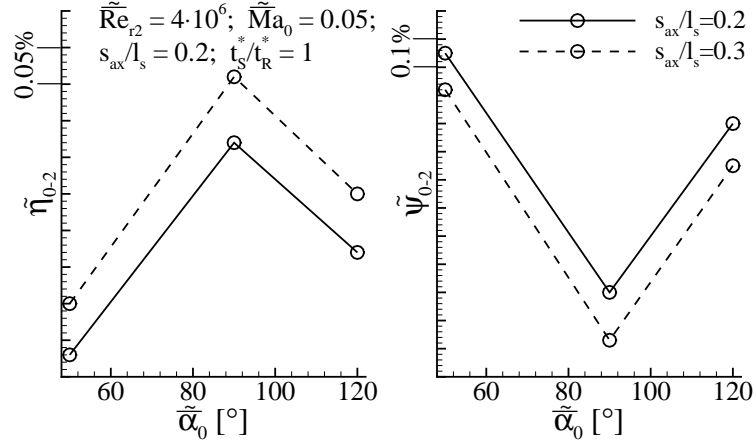


Abbildung 4.22: Stufenwirkungsgrad und Entropieverlustbeiwert - Funktion  $s_{ax}$  und  $\tilde{\alpha}_0$

Im Rahmen einer DFT-Analyse wurden die maximalen Amplituden des Abströmwinkels und der Schaufelkräfte ermittelt. Wie in dem linken Diagramm von Abb. 4.23 zu sehen ist, weist die maximale Schwankungsamplitude des Abströmwinkels vom Stator eine sehr klare Tendenz bezüglich des Axialspaltes auf und nimmt mit größer werdendem Spalt ab. Dieses Verhalten ist auf die Schwächung der Potenzialeffekte bei Vergrößerung des Spaltes zurückzuführen. In der Amplitude des Abströmwinkels vom Rotor, wo sowohl die Potenzial- als auch die Nachlaufeffekte zum Tragen kommen, sind hingegen keine funktionellen Abhängigkeiten weder bezüglich der Zuströmmachzahl noch bezüglich des Axialspaltes festzustellen.

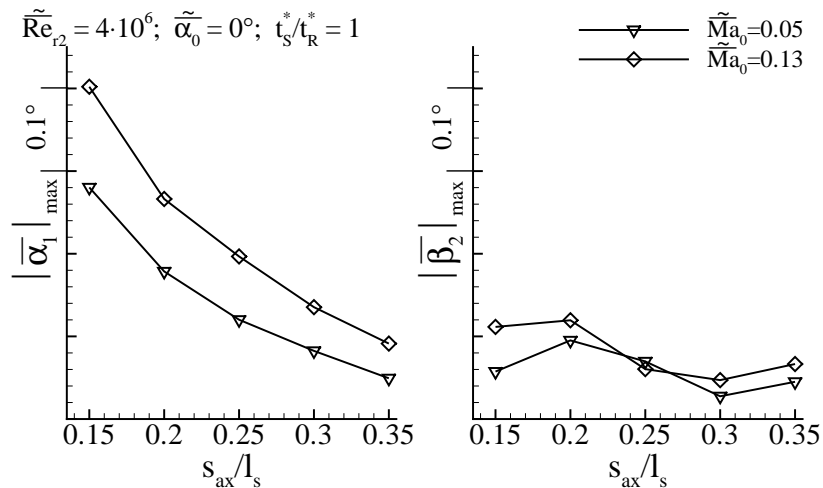


Abbildung 4.23: Maximale Amplituden des Abströmwinkels - Funktion des Axialspaltes

Die maximalen Amplituden der Kraftkomponenten sowohl in der Axial- als auch in der Umfangsrichtung nehmen in beiden Schaufelreihen mit größer werdendem Axialspalt ab -

Abb. 4.24. Besonders groß sind die Amplituden im Rotor. Hier ist auch der Einfluss der Zuströmmachzahl relativ gut zu sehen - höhere Mach-Zahlen verursachen auch stärkere Fluktuationen. Das Vorhandensein von Nachläufen in der Schaufelpassage verstärkt also auch die Fluktuation der Schaufelkräfte.

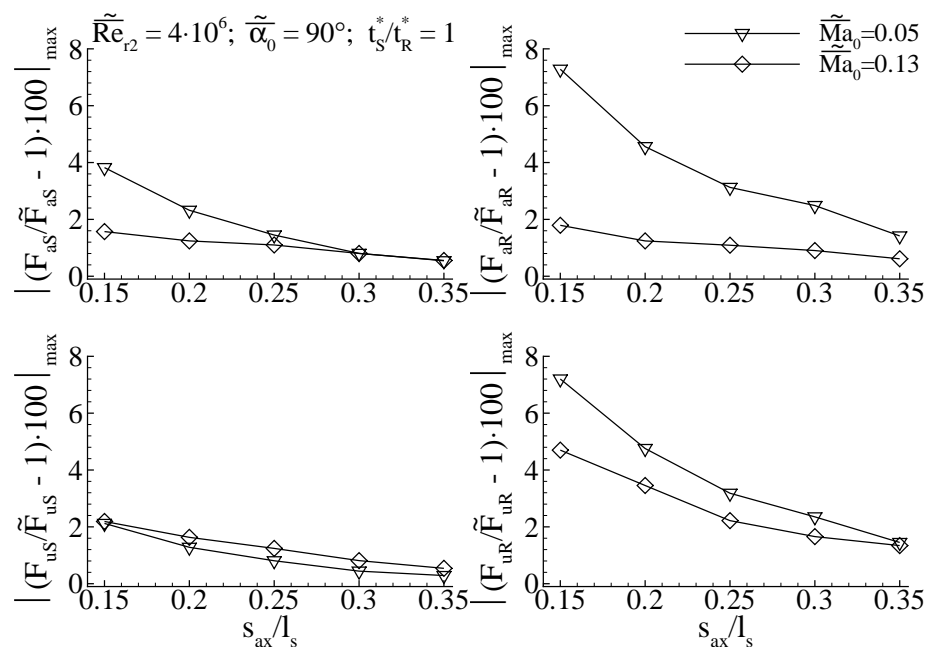


Abbildung 4.24: Maximale Amplituden der Kräfte - Funktion des Axialspaltes

## 4.2.2 Unterschiedliche Teilungen im Stator und Rotor

Die charakteristischen Strömungsdaten der Stufenkonfigurationen mit unterschiedlichen Teilungen im Stator- und Rotorkranz fasst Tab. 4.2 zusammen.

Tabelle 4.2: Charakteristische Daten -  $t_S^*/t_R^* = 0.8$  und  $1.25$

$t_S^*/t_R^*$	$\overline{\tilde{Ma}_0}$	$\overline{\tilde{Ma}_{r2}}$	$\tilde{p}_2/\tilde{p}_0$	$Sr$
0.8	0.1	0.41	0.80	4.2
1.25	0.1	0.38	0.86	2.0

Zwei Verhältnisse der Teilungen  $t_S^*/t_R^* = 0.8$  und  $t_S^*/t_R^* = 1.25$  wurden simuliert, wobei das Teilungsverhältnis im Rotor  $t_R^*/l_s$  immer gleich  $0.7617$  war. Die instationäre Simulation erfordert periodisch identische Netzsegmente in der Umfangsrichtung an beiden Seiten des „sliding mesh“ Interfaces - siehe Abb. 4.25. Darüber hinaus wurde das Teilungsverhältnis im Stator so gewählt, dass die Gesamtzahl der Schaufelprofile im Stator- und Rotorsegment bei beiden Verhältnissen der Teilungen identisch ist. Eine Kombination von fünf Stator- und vier Rotorprofilen in dem periodischen Segment bei dem Verhältnis der Teilungen von  $0.8$  sowie vier Stator- und fünf Rotorprofilen bei dem Verhältnis der Teilungen von  $1.25$  hat Teilungsverhältnisse im Stator ergeben, die aus Tab. 4.3 zu entnehmen sind.

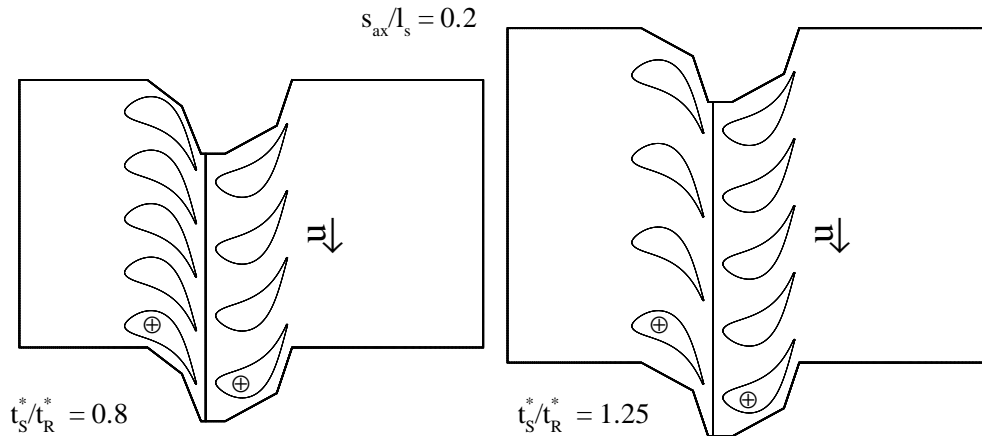


Abbildung 4.25: Periodische Segmente für zwei unterschiedliche Verhältnisse der Teilungen

Zwei Axialspalte  $s_{ax}$  von 20 und 30 Prozent der Profilsehnenlänge  $l_s$  wurden ebenfalls simuliert. Somit wurden vier geometrische Konfigurationen bei identischen Strömungsbedingungen (Zuströmwinkel, Zuströmmachzahl, Abströmmachzahl) instationär berechnet.

Die Abhängigkeit der zeitlich gemittelten Wirkungsgrade und Entropieverlustbeiwerte von dem Verhältnis der Teilungen und vom Axialspalt ist in Abb. 4.26 dargestellt.

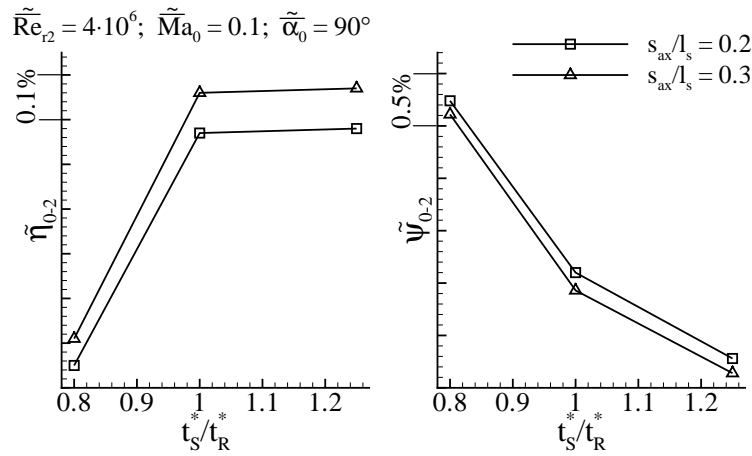
Obwohl, wie es in dem Abschnitt 4.2.1 gezeigt wurde, die zeitlich gemittelten Verlustbeiwerte im Rotor höher sind als die im Stator, resultieren kleinere  $t_S^*/t_R^*$  Verhältnisse in kleineren



Tabelle 4.3: Teilungsverhältnisse im Stator- und Rotorsegment

$t_S^*/t_R^* = 0.8$		$t_S^*/t_R^* = 1.25$	
$t_S^*/l_s$	$t_R^*/l_s$	$t_S^*/l_s$	$t_R^*/l_s$
0.6094	0.7617	0.9521	0.7617

Wirkungsgraden. Dieses Verhalten kann nur durch die Präsenz von mehr Statornachläufen im Rotorgitter bei  $t_S^*/t_R^* = 0.8$  als bei  $t_S^*/t_R^* = 1.25$  erklärt werden.

Abbildung 4.26: Stufenwirkungsgrad und Entropieverlustbeiwert - Funktion  $t_S^*/t_R^*$  und  $s_{ax}$ 

Wie bereits erwähnt, tragen die Nachläufe bzw. die „Negative-Jet“ Einflüsse zur Entstehung von zusätzlichen Verlusten bei. Mehr Statorschaufeln pro eine Rotorschaufel erzeugen logischerweise mehr Nachläufe in der Rotorkaskade. Bei  $t_S^*/t_R^* = 0.8$  fallen fünf Stator- auf vier Rotorschaufeln an und die Stufenverluste sind größer als bei  $t_S^*/t_R^* = 1.25$ , wo vier Stator- auf fünf Rotorschaufeln anfallen. Folglich nimmt der Wirkungsgrad der Stufe in dem untersuchten Bereich mit zunehmendem  $t_S^*/t_R^*$  Verhältnis zu. Der Einfluss des Axialspaltes auf die Verluste ist mit den Ergebnissen für das Verhältnis der Teilungen von 1.0 konsistent und die zeitlich gemittelten Stufenverluste bei  $s_{ax}/l_s = 0.2$  sind größer als bei  $s_{ax}/l_s = 0.3$ .

Der Einfluss der viskosen Nachläufe auf die Verluste ist groß und sollte bei vereinfachten Simulationen mit gleicher Anzahl der Stator- und Rotorschaufeln berücksichtigt werden. Die Annahme der gleichen Teilungen im Stator und Rotor wird heutzutage häufig bei 3-D Simulationen getroffen, um Speicher- und Rechenzeitaufwand in realistischen Grenzen zu halten.

Ergebnisse einer DFT-Analyse der Abströmwinkel sind in Abb. 4.27 wiedergegeben. Die Winkel wurden hier über den gesamten Umfang des periodischen Segments gemittelt. Die Analyse zeigt, dass neben den Hauptfrequenzen des Stators  $f_S$  und Rotors  $f_R$  eine hochfrequente Komponente mit hoher Amplitude vorhanden ist. Das Ergebnis einer Multiplikation

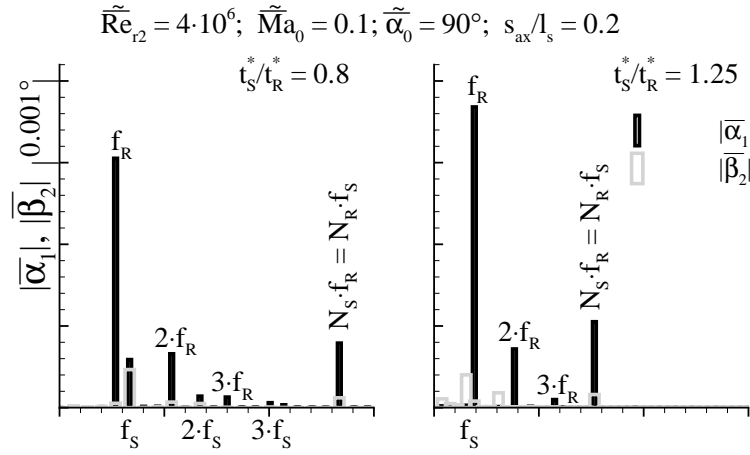


Abbildung 4.27: Frequenzanalyse der Abströmwinkel

der Anzahl  $N$  der jeweiligen Schaufeln im Segment und der Frequenz der anderen Schaufelreihe ergibt bei Stator und Rotor den gleichen Wert. Diese Frequenzen überlagern sich und resultieren in einer hochfrequenten Komponente der Schwankung. Die Frequenz des Stators wird beispielsweise wie folgt ermittelt:

$$f_S = \frac{1}{T_S^*} \quad \text{wo} \quad T_S^* = \frac{t_S^*}{|u|} \quad . \quad (4.4)$$

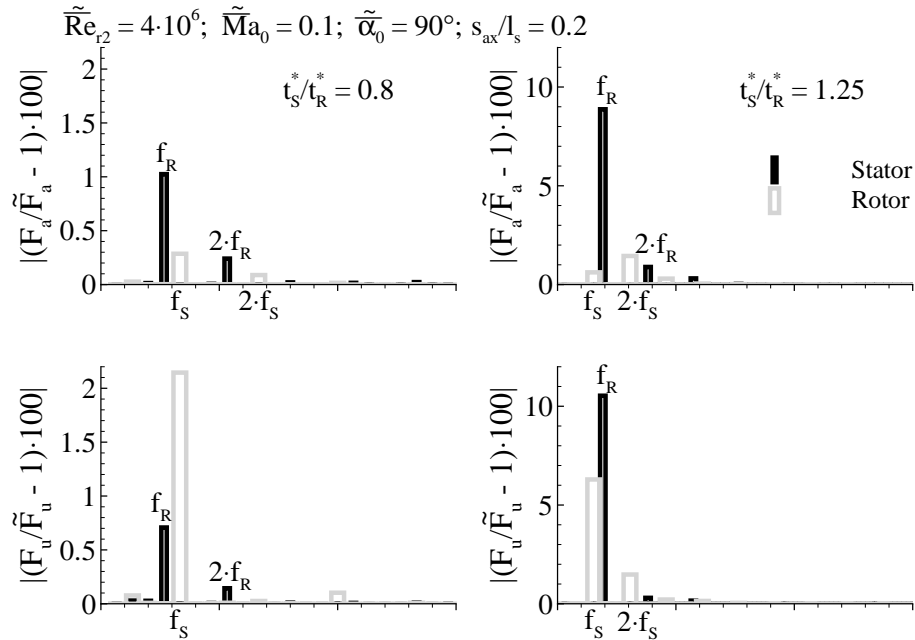


Abbildung 4.28: DFT-Analyse der auf eine einzelne Schaufel wirkenden Kräfte

Unterzieht man solcher Frequenzanalyse auch die auf die gesamten Stator- und Rotorsegmente wirkenden Kräfte, erhält man ein Frequenzverhalten, das dem gezeigten Frequenzgang des Abströmwinkels sehr ähnlich ist. Die Überlagerung der Stator- und Rotorfrequenz führt hier zum Entstehen von hochfrequenter Belastung des gesamten Schaufelkranzes. Dies erzeugt

unerwünschte Resonanzeffekte, weshalb in der Praxis ganzzahlige Verhältnisse der Schaufelzahlen im Stator und Rotor vermieden werden.

Ein anderes Frequenzverhalten zeigt sich, wenn nur jeweils eine Schaufel aus dem Stator- bzw. Rotorsegment betrachtet wird. Abbildung 4.28 zeigt Ergebnisse von DFT-Analyse der Kräfte, die nur auf die mit „ $\oplus$ “ in Abb. 4.25 gekennzeichneten Schaufelprofile wirken. Aufgrund der Periodizität in Umfangsrichtung weisen die auf alle Profile in einem Gitter (Kranz) wirkenden Kräfte zeitliche Verläufe, die sich nur in der Phase unterscheiden.

Bei dem Verhältnis der Teilungen von 1.25 ist der pro eine Schaufel umgesetzte Massenstrom größer als bei  $t_S^*/t_R^* = 0.8$ . Größere Massenströme resultieren in stärkerer Belastung der Beschaukelung und in höheren Amplituden der Kräfte.

### 4.3 Instationäre Simulationen von $1\frac{1}{2}$ Stufen

Die charakteristischen Strömungsdaten der Konfiguration mit zwei Statorn und einem Rotor fasst Tab. 4.4 zusammen.

Tabelle 4.4: Charakteristische Daten der „Clocking“ Untersuchung

$\overline{\tilde{Ma}_0}$	$\overline{\tilde{Ma}_3}$	$\overline{\tilde{p}_3/\tilde{p}_0}$	$Re_3$	$Sr$
0.1	0.46	0.71	$4 \cdot 10^6$	2.9

Simuliert wurden fünf unterschiedliche Umfangspositionen des zweiten Stators. Sie wurden, wie in Abb. 4.29 dargestellt, entsprechend von -2 bis 2 durchnummeriert und durch eine Verschiebung des zweiten Stators jeweils um  $t_s^*/5$  in die Umfangsrichtung realisiert.

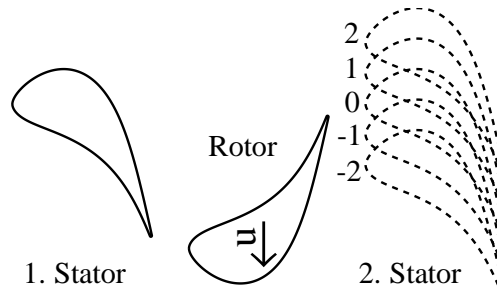


Abbildung 4.29: Umfangspositionen des 2. Stators - „Clocking“

In Abb. 4.30 sind der zeitlich gemittelte Wirkungsgrad und der zeitlich gemittelte Entropieverlustbeiwert der Stator-Rotor-Stator Konfiguration als Funktion der Umfangsposition des zweiten Stator dargestellt.

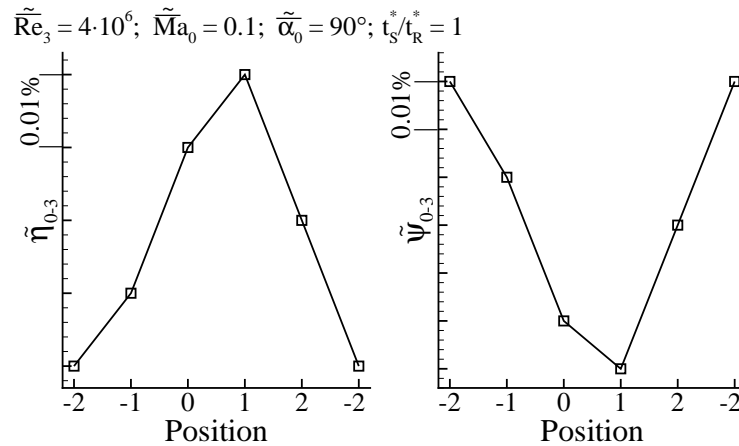


Abbildung 4.30: Wirkungsgrad von  $1\frac{1}{2}$  Stufen als Funktion der „Clocking“-Position

Die Konfiguration mit dem höchsten Wirkungsgrad ist diejenige, bei der sich der zweite Stator in der durch „1“ bezeichneten Position befindet. Der minimale Wirkungsgrad korrespondiert mit der Position „-2“. Bei diesen beiden „Clocking“-Konfigurationen kann man unterschiedliche Muster in der Interaktion zwischen den durch den Rotor zerschnittenen Nachläufen des ersten Stators und den Schaufeln des zweiten Stators beobachten.

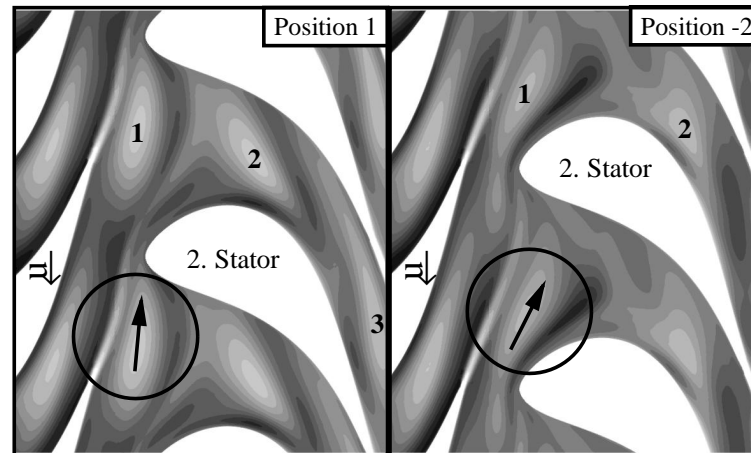


Abbildung 4.31: Anströmung des zweiten Stators

In Abb. 4.31 sind Entropiekonturen der momentanen Strömungsfelder der beiden Konfigurationen zu identischen absoluten Umfangspositionen des Rotors dargestellt. Die Ziffer **1-3** markieren die einzelnen Segmente der geteilten Nachläufe des ersten Stators, die als Gebiete hoher Entropie (helle Konturbereiche) sichtbar sind. Der höchste Wirkungsgrad wurde bei der Konfiguration beobachtet, wo die Segmente mit der Anströmkante des „geclockten“ Stators interagieren. Im Gegenteil zu diesem Verhalten wurden die niedrigsten Wirkungsgrade bei dieser Umfangsposition des zweiten Stators beobachtet, wo die Nachlaufsegmente des ersten Stators durch die Passage des zweiten Stators „glatt“ transportiert werden. Die Markierungen in Abb. 4.31 verdeutlichen den Mechanismus.

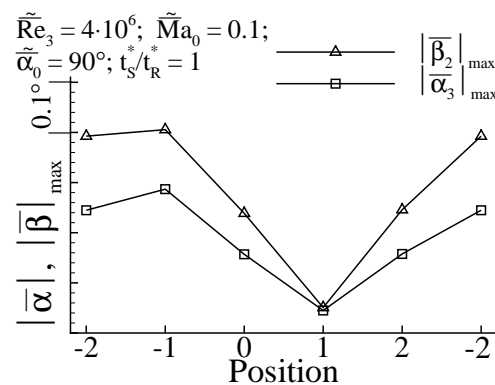


Abbildung 4.32: Maximale Amplituden der Abströmwinkel

Durch eine direkte Interaktion der Nachlaufsegmente mit den Schaufeln des zweiten Stators,

die in der Konfiguration „1“ stattfindet, wird die Wirkung der Nachlaufeffekte im Gitter des zweiten Stators geschwächt und die durch die „Negative-Jet“ Effekte entstandenen Fluktuationen geschwächt. Als Resultat nehmen nicht nur die zeitlich gemittelten Verluste sondern auch die maximalen Amplituden des Abströmwinkels vom Rotor und vom zweiten Stator ab. Die in Abb. 4.32 dargestellten maximalen Amplituden wurden mit Hilfe einer DFT-Analyse der zeitlichen Verläufe des Strömungswinkels ermittelt.

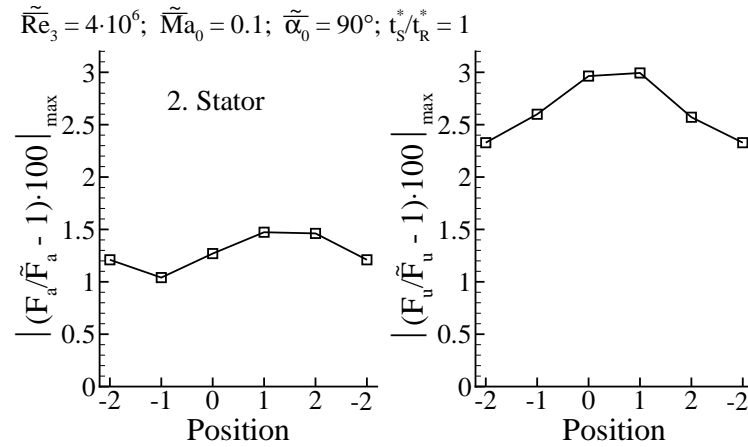


Abbildung 4.33: Maximale Amplituden der Kräftekomponenten in 2. Stator

Die Amplituden der Kraftkomponenten im zweiten Stator nehmen hingegen bei der Position „1“ zu - siehe Abb. 4.33. Das kann dadurch erklärt werden, dass die „Negative-Jet“ Effekte gegen die Druckerhöhung auf der Schaufel wirken. Dieses Verhalten wurde bereits im Abschnitt 4.2.1 beschrieben. Da bei der Konfiguration „1“ die Nachlaufeffekte von dem ersten Stator schwächer werden, werden die maximalen Amplituden der Kräfte im zweiten Stator größer. Das Frequenzverhalten der Kräfte im zweiten Stator ist dem bereits in Abb. 4.15 dargestellten Spektrum der Gesamtkraft im Rotor einer Stator-Rotor Anordnung ähnlich. Bei schwachen Nachlaufeffekten ist prinzipiell nur eine dominante Amplitude der Schaufelkraft bei  $f/f_S = 1$  zu erkennen. Dort, wo die Nachlaufeffekte stärker werden, wird diese maximale Amplitude kleiner und zusätzliche Frequenzen tauchen in dem Spektrum auf, was auf die „Negative-Jet“ Effekte zurückzuführen ist.

## 4.4 Instationäre 3-D Simulationen einer Stufe

Die dreidimensionale Stufengeometrie besteht aus zylindrischen Schaufeln mit dem Profil und dem Staffelungswinkel, die auch bei den 2-D Berechnungen verwendet wurden. Die Mittelschnittgeometrie und die Strömungsdaten sind mit der Konfiguration aus Abschnitt 4.2.1 identisch. Die Zuströmung zu der Stufe ist homogen und die wichtigsten Daten der Konfiguration sind:

$$\begin{array}{l|l} \overline{\tilde{Ma}_0} = 0.1 & H^*/l_s = 1.73 \\ \overline{\tilde{\alpha}_0} = 90^\circ & \Omega = 314 \text{ rad/s} \\ \overline{\tilde{\delta}_0} = 0^\circ & \\ \overline{\tilde{Re}_{r2}} = 4 \cdot 10^6 & \end{array}$$

Die 3-D Ergebnisse bestätigen die aus den 2-D Mittelschnittrechnungen gewonnenen Erkenntnisse. Die zeit- und umfangsgemittelten Verlustbeiwerte (Abb. 4.34), die erfahrungsgemäß eine äußerst sensitive Größe darstellen, stimmen für den 3-D Mittelschnitt mit den 2-D Ergebnissen sehr gut überein. Allerdings ist hier auch zu sehen, dass die durch sekundäre Effekte hervorgerufenen Verluste dominant sind. Die Verluste erreichen an den Naben- und Gehäusewänden wegen der Reibungseffekte in Grenzschichten ihr Maximum. In radialer Richtung von der Nabe weg nehmen sie bis zum Gebiet der Sekundärwirbel ab, was auf die Erweiterung des Strömungskanals zurückzuführen ist - vergleiche Abschnitt 4.1.

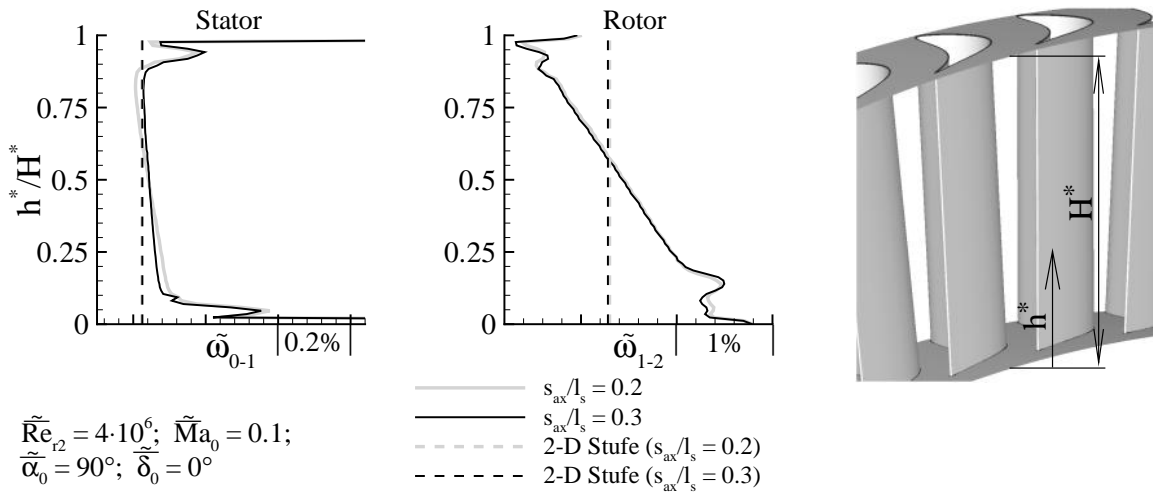


Abbildung 4.34: Vergleich der Totaldruckverlustbeiwerte im Stator und Rotor (3-D vs. 2-D)

Werden die zeitgemittelten Verlustbeiwerte nicht nur in radialer Richtung sondern über den gesamten Umfang gemittelt, so stellt man fest, dass im Gegensatz zu den 2-D Ergebnissen die Gesamtverluste in der Stufe bei  $s_{ax}/l_s = 0.3$  höher als bei  $s_{ax}/l_s = 0.2$  sind. In der 3-D Konfiguration tragen auch die Wandverluste am Gehäuse und an der Nabe zu den Gesamtverlusten bei und eine Vergrößerung des Axialspaltes zwischen dem Stator- und Ro-

torgitter hat eine Vergrößerung der entsprechenden Reibungsflächen zur Folge. Offensichtlich ist bei der untersuchten Konfiguration das Höhenverhältnis von 1.73 nicht groß genug um die höheren Wandverluste durch die Verlustabnahme aufgrund schwächerer Potenzialeffekte bei größeren Axialspalten zu kompensieren.

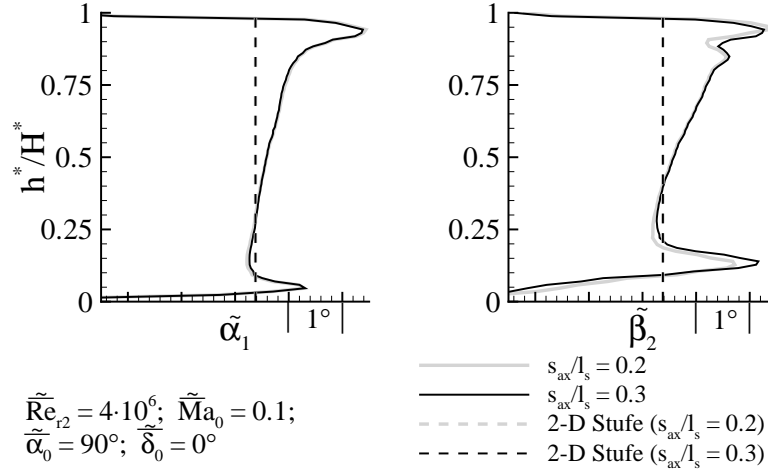


Abbildung 4.35: Vergleich des Abströmwinkels vom Stator und Rotor (3-D vs. 2-D)

Abbildung 4.35 zeigt die radiale Verteilung des Abströmwinkels hinter dem Stator und Rotor. In dieser Abbildung wurden ebenfalls Ergebnisse entsprechender Mittelschnittrechnungen eingetragen. Das Abströmverhalten im Mittelschnitt der 3-D Konfiguration stimmt ähnlich wie das Verlustverhalten mit den Ergebnissen der 2-D Simulationen gut überein.

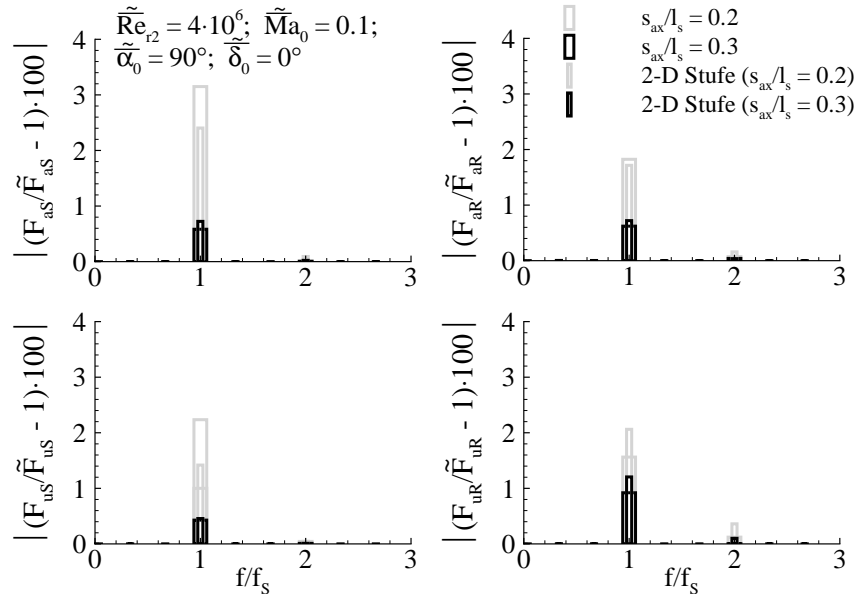


Abbildung 4.36: Vergleich der Amplituden der Schaufelkräfte (3-D vs. 2-D)



In Abb. 4.35 ist ähnlich wie in Abb. 4.34 der Einfluss der sekundären 3-D Effekte an der Nabe und am Gehäuse deutlich sichtbar.

In Abb. 4.36 wurden die Resultate einer DFT-Analyse der auf den jeweiligen zeitlichen Mittelwert bezogenen Axial- und Umfangskräfte dargestellt und mit den 2-D Ergebnissen der Mittelschnittrechnung verglichen. Auch hier ist eine relativ gute Übereinstimmung zwischen 2-D und 3-D Simulationen zu beobachten. Der Einfluss des Axialspaltes auf die Amplituden der Kräftekomponenten wurde in beiden Konfigurationen ähnlich wiedergegeben. Die Abweichungen in den einzelnen Schwankungswerten sind hauptsächlich auf die Wirkung der Sekundäreffekte zurückzuführen. Dabei spielt die Verengung des Schaufelkanals vom Gehäuse zu der Nabe hin eine wichtige Rolle, da die Potenzialeffekte bei kleineren Schaufelteilungen viel stärker als bei größeren sind.

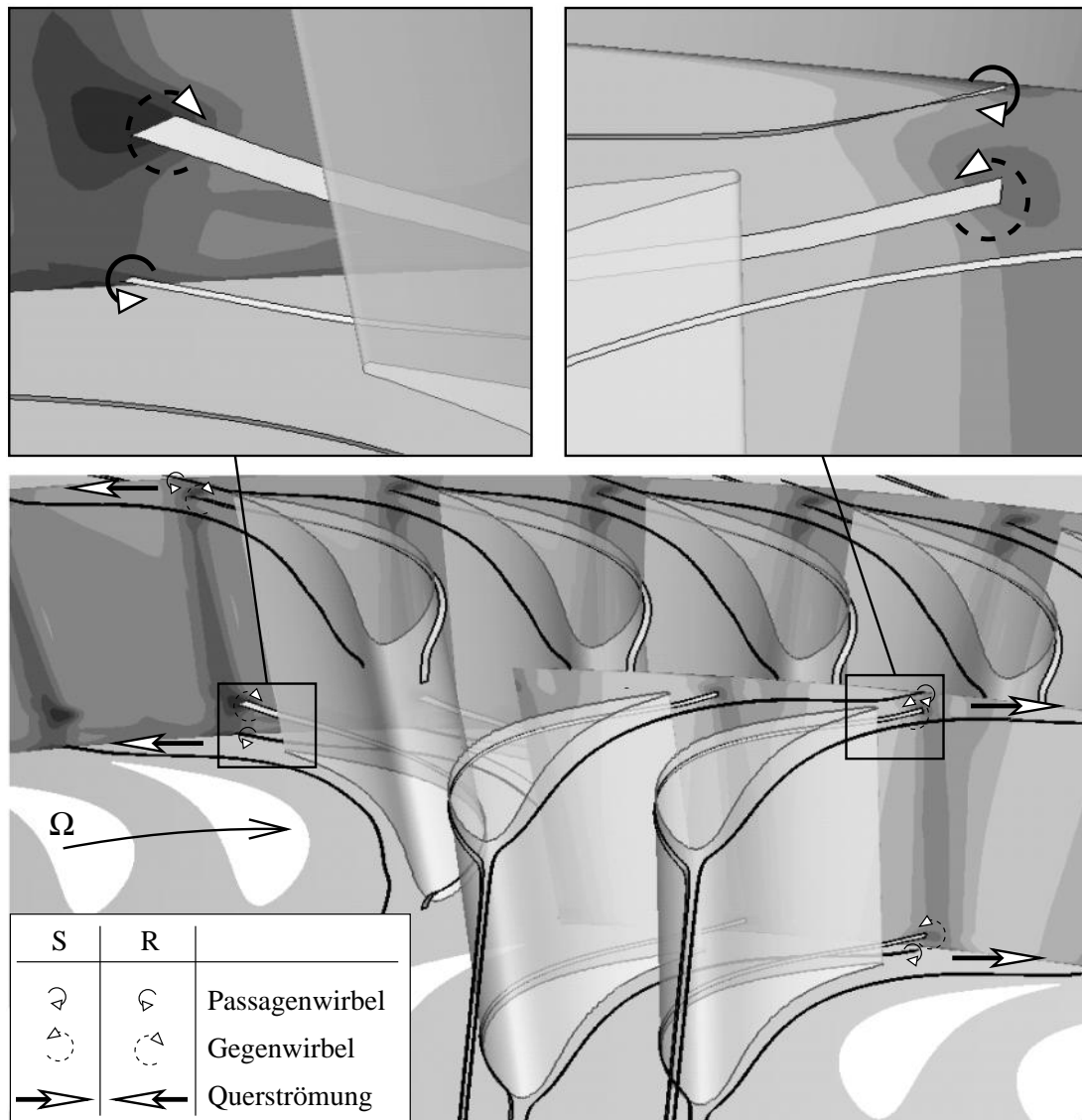


Abbildung 4.37: Dreidimensionale Strömung in einer Turbinenstufe

Abbildung 4.37 veranschaulicht die momentane Stufenströmung in der untersuchten dreidimensionalen Konfiguration mit dem Axialspalt von  $s_{ax}/l_s = 0.2$ . In dem axialen Schnitt hinter dem Stator wurden die Konturen des absoluten Totaldruckverhältnisses  $p_t/\tilde{p}_{t0}$  dargestellt. Der Schnitt hinter dem Rotor wurde nach den Werten des relativen Totaldruckverhältnisses  $p_{tr}/\tilde{p}_{tr1}$  eingefärbt. Die hellen Flächen bedeuten hohe und die dunklen entsprechend niedrige Totaldrücke. So sind die Wirbel- und Nachlaufgebiete als dunkle Flächen zu sehen. Darüber hinaus wurden durch die Zentren der Sekundärwirbel Stromfäden gelegt. Die schmalere Fäden zeigen die Bahnen der Passagenwirbel und die breiteren Fäden die Bahnen der Gegenwirbel.

In den Bereichen der Schaufelvorderkante treffen die an der Naben- bzw. Gehäusewand entstandenen Grenzschichtströmungen auf die Schaufelvorderkante auf. Dies führt zu einer starken Umlenkung dieser Strömungen und zur Entstehung von zwei so genannten Hufeisenwirbeln. Die Bezeichnung dieser Wirbel wurde von ihrem U-förmigen Charakter abgeleitet. Sowohl an der Nabe als auch am Gehäuse umschließen jeweils zwei Äste der Wirbel die Schaufel - ein Ast an der Druckseite und einer an der Saugseite. Der druckseitige Wirbel ist in der Regel kleiner und wird als „Passagenwirbel“ bezeichnet. Der Wirbel an der Saugseite heißt „Gegenwirbel“. Zwischen zwei benachbarten Schaufeln eines Gitters findet darüber hinaus eine zusätzliche Strömungsbewegung von der Druckseite einer zur Saugseite der anderen Schaufel statt. Sie entsteht aufgrund der relativen Bewegung der Schaufelkränze und der Gehäuse- bzw. Nabenwände. Diese Querströmung trägt dazu bei, dass der Gegenwirbel stärker an die Saugseite der Schaufel gedrückt wird und der Passagenwirbel von der Schaufeldruckseite weggedrängt wird. So verschiebt sich der Passagenwirbel über den Gegenwirbel und in den Schnittflächen hinter dem Stator bzw. hinter dem Rotor sind zwei fast übereinander liegenden Wirbel zu sehen. Der kleinere, der sich direkt an der Naben- bzw. Gehäusewand befindet und dadurch stark deformiert wird, ist der Passagenwirbel und der größere und weiter von der Wand entfernt liegende ist der Gegenwirbel.

Diese Sekundäreffekte sind sowohl im absoluten Bezugssystem des Stators als auch im relativen System des Rotors zu beobachten. Der Rotor erfährt dabei noch zusätzlich die anströmenden Nachläufe und Sekundärwirbel des Stators.

## 4.5 Diskussion der Ergebnisse

Die hier vorgestellten Ergebnisse erlauben die Schlussfolgerung, dass eine Interaktion zwischen den Potenzial- und Nachlaufeffekten eine zentrale Rolle bei der Verlustgenerierung in einem zweidimensionalen Fall spielt. Wegen der unterschiedlichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten und Ausbreitungsrichtungen der beiden Phänomene erfährt die Strömung unterschiedlich starke Fluktuationen in Raum und Zeit. Maßgebend ist dabei nicht nur die Stärke der Änderungen, sondern auch ihre Frequenz. RMS-Werte, z. B. die der isentropen Profilmachzahl, spiegeln sehr gut das Niveau der Interaktion wieder. Wie Abb. 4.12 zu entnehmen ist, wird die Rotorscheaufel aufgrund der Präsenz der Statornachläufe im Rotorgitter stärker beeinflusst. Hier entstehen auch stärkere Verluste im Vergleich zum homogen angeströmten Stator, der nur den Potentialeinfluss des stromabwärts liegenden Rotors erfährt. Höhere Mach-Zahlen bei der Einströmung induzieren stärkere Potenzial- und Nachlaufeffekte und verursachen somit höhere Verluste. Eine Vergrößerung des Axialspaltes resultiert in kleineren Potentialschwankungen und auch in kleineren Verlusten. Vergrößerung der Anzahl der Statorschaufeln pro eine Rotorscheaufel erhöht die Anzahl der Nachläufe in der Rotorkaskade und folglich verstärkt die Fluktuationseffekte, was in höheren Verlusten resultiert - Abb. 4.38 links. Eine Fehlanströmung des Stator zieht eine Erhöhung der Verluste nicht nur in dem Statorgitter selbst sondern auch in dem nachfolgenden Rotor nach sich. In diesem Fall verursachen verlustreichere Nachläufe aus dem Stator stärkere Fluktuationen und folglich höhere Verluste im Rotorgitter. Das Niveau der Druckfluktuationen auf der Schaufeloberfläche des zweiten Stators bei der Stator-Rotor-Stator Konfiguration hängt ebenfalls von der „Clocking“-Position ab - Abb. 4.38 rechts.

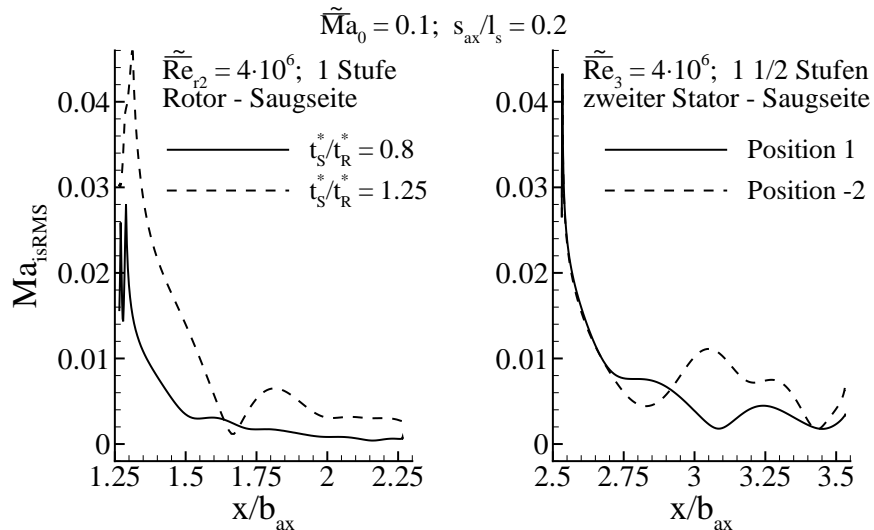


Abbildung 4.38:  $Ma_{isRMS}$  auf den Saugseiten

Das Vorhandensein der instationären Wirbelstrukturen, die als Resultat der „Negative-Jet“-Effekte entstehen, in der Mitte des Kanals des zweiten Stators verursacht stärkere Druckfluktuationen auf der Oberfläche dessen Schaufeln und logischerweise auch höhere Verluste.

Diese Trends wurden ebenfalls von anderen Forschern beobachtet - z. B. [25, 40, 92].

Aus der Untersuchung der 3-D Konfigurationen wird ersichtlich, dass die sekundären Effekte das Verlustverhalten dominieren. Ein positiver Einfluss der Vergrößerung des Axialspaltes auf den Wirkungsgrad der Stufe konnte bei dem untersuchten Höhenverhältnis  $H^*/l_s$  nicht festgestellt werden. Bei den relativ kleinen Schaufelhöhen ist der Anteil der stark verlustbehafteten Sekundärströmung an dem Gesamtmassenstrom relativ groß und das Verlustverhalten wird durch die Effekte an den Seitenwänden dominiert.

Es bleibt noch anzumerken, dass die hier beschriebenen Tendenzen für beide untersuchten Reynolds-Zahlen identisch waren. Im Allgemeinen nehmen die Verluste mit zunehmender Reynolds-Zahl ab und die Verlustbeiwerte waren bei  $Re = 4 \cdot 10^6$  höher als bei  $Re = 4 \cdot 10^7$ .

Generell hängt das Abströmverhalten stark von der Zuströmgeschwindigkeit und der Schaufelteilung ab. Höhere Zuströmgeschwindigkeiten bzw. Reynolds-Zahlen resultieren in stärkerer Umlenkung. Größere Teilungen verursachen hingegen eine schwächere Umlenkung. Dies spiegelt sich auch in den 3-D Konfigurationen wieder. Hier öffnet sich der Strömungskanal in radialer Richtung und in dieser Richtung nimmt die Umlenkung ab. An der Nabe und am Gehäuse kommt darüberhinaus der Einfluss der Sekundärwirbel stark zur Geltung.

Eine Auswirkung der Breite des Axialspaltes auf die Amplitude des Abströmwinkels ist praktisch nur hinter dem homogen angeströmten Stator zu erkennen. Hinter dem Rotor, wo neben den Rotornachläufen auch Segmente der Statornachläufe vorhanden sind, sind die Schwankungen kleiner und man kann an dieser Stelle keine klare Abhängigkeit der Abströmwinkelamplitude von dem Axialspalt feststellen.

Analyse der Ergebnisse von Simulationen unterschiedlicher Teilungen im Stator und Rotor zeigt, dass hier die maximalen Amplituden des Abströmwinkels wesentlich kleiner sind, als bei identischen Teilungen in beiden Schaufelreihen.

Für die dynamische Belastung der Beschaufelung sind die instationären Druckkräfte bzw. Potenzialeffekte verantwortlich. Die viskosen Kräfte sind vernachlässigbar klein. Die Amplitude der Kräfte ist daher hauptsächlich eine Funktion des Axialspaltes. Bezüglich der maximalen Amplituden der dynamischen Kräfte ist festzustellen, dass ähnlich wie bei den Schwankungen des Abströmwinkels identische Teilungen im Stator und Rotor in höchsten Fluktuationswerten resultieren. Ein Verhältnis der Teilungen von eins ist also die ungünstigste Konfiguration, was die instationäre Beanspruchung der Beschaufelung betrifft.

## 5 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden die wichtigsten Erkenntnisse einer umfangreichen numerischen Untersuchung instationärer Strömungseffekte, die bei relativer Bewegung der Stator- und Rotorbeschaufelung einer Hochdruckdampfturbine stattfinden, zusammengefasst. Die detaillierten Ergebnisse wurden in einer Reihe von Berechnungsberichten [64, 65, 66, 67] vorgestellt.

Den eigentlichen Simulationen sind nach einer Literaturrecherche vorbereitende Arbeiten vorangegangen. Das Ziel dieser Arbeiten war die Wahl von numerischen Algorithmen und Parametern, welche zuverlässige Simulationsergebnisse sichern. In dieser Phase wurden auch Computerprogramme zur Auswertung der instationären Daten entwickelt.

Zu Vergleichszwecken wurden zuerst 18 stationäre Rechnungen für unterschiedliche Geometrie- und Strömungskonfigurationen durchgeführt. Danach wurden 45 voll instationäre Anordnungen simuliert und die Einflüsse von Mach-Zahl, Reynolds-Zahl, Inzidenzwinkel, Axialspalt, Teilungsverhältnis im Stator und Rotor sowie „Clocking“-Position bei einem Stator-Rotor-Stator Aufbau untersucht. Die Ergebnisse wurden unter Berücksichtigung der Verluste, des Zu- bzw. Abströmverhaltens sowie der dynamischen Belastung der Beschaufelung analysiert. Der Hauptaugenmerk lag dabei auf der Betrachtung der Verluste. Dies stellte bei der vorliegenden Arbeit eine besondere Herausforderung dar, weil zuverlässige Vergleiche zwischen Wirkungsgraden unterschiedlicher Konfigurationen eine sehr hohe Genauigkeit der Ergebnisse und der Auswertungswerkzeuge erfordern.

Bestimmte Tendenzen und Gesetzmäßigkeiten konnten schließlich abgeleitet werden. Die durchgeführten instationären 3-D Rechnungen haben gezeigt, dass die zweidimensionalen Simulationen, die für die meisten Konfigurationen durchgeführt wurden, ein effizientes und ausreichend genaues Werkzeug sind, um Strömungseffekte im Mittelschnitt der Beschaufelung zu analysieren. Allerdings haben die Untersuchungen auch hervorgebracht, dass die sekundären 3-D Effekte in den Bereichen der Naben- und Gehäusewand die Strömung bei kleineren Schaufel höhenverhältnissen dominieren. Dieser Einfluss wurde sowohl im Verlust- und Abströmverhalten als auch bei den dynamischen Kräften festgestellt.

Alle numerischen Ergebnisse wurden in Form einer Datenbank abgelegt. Mit ihrer Hilfe können auch zukünftig weitere Betrachtungsgrößen und Abhängigkeiten hergeleitet werden. Als Gegenstand der zukünftigen Arbeit sollten ebenfalls weitere 3-D Simulationen vorgesehen werden. Bei den an dieser Stelle vorgestellten 3-D Konfigurationen wurde beispielsweise die Strömung in den Kavitäten nicht mitsimuliert. Eine Erweiterung der Geometrie um Radialspalte und Dichtungen stellt einen weiteren logischen Schritt dar, der insbesondere

eine selektive Betrachtung der durch diese Elemente entstehenden Verluste erlauben wird. Eine Variation des Höhenverhältnisses sollte ebenfalls vorgenommen werden, um Verlustkorrelationen zwischen der Schaufelhöhe und dem Axialspalt abzuleiten.

# A Anhang

## A.1 Grundlegende Operatorfunktionen

In der Mathematik hat es sich als praktisch erwiesen, einen Vektoroperator einzuführen, dessen Komponenten die partiellen Differenzialoperatoren nach den einzelnen Koordinaten sind. Dieser Operator wird als Nablaoperator bezeichnet und folgendermaßen in dem kartesischen Koordinatensystem definiert:

$$\nabla \equiv \left[ \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right]^T.$$

Mit Hilfe dieses Operators können rein formal alle vektoriellen Differenzialoperatoren ausgedrückt werden:

- Gradient

Der Gradient eines Skalars  $S$  ist ein Vektor:

$$\nabla S = \left[ \frac{\partial S}{\partial x}, \frac{\partial S}{\partial y}, \frac{\partial S}{\partial z} \right]^T.$$

Der Gradient eines Vektors  $\vec{V}$  ergibt einen Tensor:

$$\nabla \vec{V} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_x}{\partial x} & \frac{\partial V_y}{\partial x} & \frac{\partial V_z}{\partial x} \\ \frac{\partial V_x}{\partial y} & \frac{\partial V_y}{\partial y} & \frac{\partial V_z}{\partial y} \\ \frac{\partial V_x}{\partial z} & \frac{\partial V_y}{\partial z} & \frac{\partial V_z}{\partial z} \end{bmatrix}.$$

- Divergenz

Die Divergenz eines Vektors  $\vec{V}$  ist ein skalarer Wert:

$$\nabla \cdot \vec{V} = \left[ \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right].$$

Die Divergenz eines Tensors  $\bar{\bar{T}}$  ergibt ein Vektor:

$$\nabla \cdot \bar{\bar{T}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial T_{zx}}{\partial z} \\ \frac{\partial T_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial T_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{zy}}{\partial z} \\ \frac{\partial T_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial T_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial T_{zz}}{\partial z} \end{bmatrix}.$$

## A.2 Grundlegende Tensoroperationen

Skalaren und Vektoren sind nur die einfachsten Bestandteile eines viel umfassenderen Begriffs des Tensors  $\bar{\bar{T}}$ . Ein Skalar ist in dieser Terminologie ein Tensor nullter Stufe und hat  $3^0 = 1$  Komponente. Ein Vektor ist ein Tensor erster Stufe mit  $3^1 = 3$  Komponenten. Ein Tensor zweiter Stufe hat  $3^2 = 9$  Komponenten (wie eine Matrix). Der Begriff „Tensor“ vereint also verschiedene räumliche Betrachtungsweisen.

$$\bar{\bar{T}} = \begin{bmatrix} T_{xx} & T_{xy} & T_{xz} \\ T_{yx} & T_{yy} & T_{yz} \\ T_{zx} & T_{zy} & T_{zz} \end{bmatrix}.$$

- Das dyadische Produkt

Das dyadische Produkt zweier Vektoren  $\vec{V}$  und  $\vec{W}$  ergibt einen Tensor:

$$\vec{V} \otimes \vec{W} = \vec{V} \cdot \vec{W}^T = \begin{bmatrix} V_x \cdot W_x & V_x \cdot W_y & V_x \cdot W_z \\ V_y \cdot W_x & V_y \cdot W_y & V_y \cdot W_z \\ V_z \cdot W_x & V_z \cdot W_y & V_z \cdot W_z \end{bmatrix}.$$

- Transponierung

Ein transponierter Tensor ergibt sich durch Vertauschung von Zeilen und Spalten:

$$\bar{\bar{T}}^T = \begin{bmatrix} T_{xx} & T_{yx} & T_{zx} \\ T_{xy} & T_{yy} & T_{zy} \\ T_{xz} & T_{yz} & T_{zz} \end{bmatrix}.$$

- Einheitstensor

Der Einheitstensor wird wie folgt definiert:

$$\bar{\bar{I}} \equiv \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$



### A.3 Einige Beziehungen für das ideale Gas konstanter spezifischer Wärme

	$Ma^2$	$\frac{a}{a_t}$	$\frac{T}{T_t}$	$\frac{p}{p_t}$	$\frac{\rho}{\rho_t}$
$Ma^2$	-	$\frac{2}{\kappa-1} \cdot \left[ \left( \frac{a}{a_t} \right)^{-2} - 1 \right]$	$\frac{2}{\kappa-1} \cdot \left[ \left( \frac{T}{T_t} \right)^{-1} - 1 \right]$	$\frac{2}{\kappa-1} \cdot \left[ \left( \frac{p}{p_t} \right)^{-\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right]$	$\frac{2}{\kappa-1} \cdot \left[ \left( \frac{\rho}{\rho_t} \right)^{-(\kappa-1)} - 1 \right]$
$\frac{a}{a_t}$	$\left( 1 + \frac{\kappa-1}{2} \cdot Ma^2 \right)^{-1/2}$	-	$\left( \frac{T}{T_t} \right)^{1/2}$	$\left( \frac{p}{p_t} \right)^{\frac{\kappa-1}{2 \cdot \kappa}}$	$\left( \frac{\rho}{\rho_t} \right)^{\frac{\kappa-1}{2}}$
$\frac{T}{T_t}$	$\left( 1 + \frac{\kappa-1}{2} \cdot Ma^2 \right)^{-1}$	$\left( \frac{a}{a_t} \right)^2$	-	$\left( \frac{p}{p_t} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$	$\left( \frac{\rho}{\rho_t} \right)^{\kappa-1}$
$\frac{p}{p_t}$	$\left( 1 + \frac{\kappa-1}{2} \cdot Ma^2 \right)^{-\frac{\kappa}{\kappa-1}}$	$\left( \frac{a}{a_t} \right)^{\frac{2 \cdot \kappa}{\kappa-1}}$	$\left( \frac{T}{T_t} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$	-	$\left( \frac{\rho}{\rho_t} \right)^{\kappa}$
$\frac{\rho}{\rho_t}$	$\left( 1 + \frac{\kappa-1}{2} \cdot Ma^2 \right)^{-\frac{1}{\kappa-1}}$	$\left( \frac{a}{a_t} \right)^{\frac{2}{\kappa-1}}$	$\left( \frac{T}{T_t} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}}$	$\left( \frac{p}{p_t} \right)^{\frac{1}{\kappa}}$	-

Thermodynamische Zustandsgleichung:  $p = \rho \cdot R \cdot T$

Kalorische Zustandsgleichung:  $e = c_v \cdot T$

Totale spezifische Energie

Absolutsystem:  $e_t = e + \frac{1}{2} \cdot (U_x^2 + U_y^2 + U_z^2)$

Relativsystem:  $e_{tr} = e + \frac{1}{2} \cdot (U_{xr}^2 + U_{yr}^2 + U_{zr}^2 - \Omega^2 \cdot \varrho^2)$

Weitere Größen

$$h = e + \frac{p}{\rho}$$

$$h_t = e_t + \frac{p}{\rho} = c_p \cdot T + \frac{c^2}{2}$$

$$T_t = T + \frac{1}{2 \cdot c_p} \cdot c^2$$

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v}$$

$$R = c_p - c_v$$

$$a = \sqrt{\kappa \cdot R \cdot T}$$

## A.4 Definitionen der Geometriegrößen

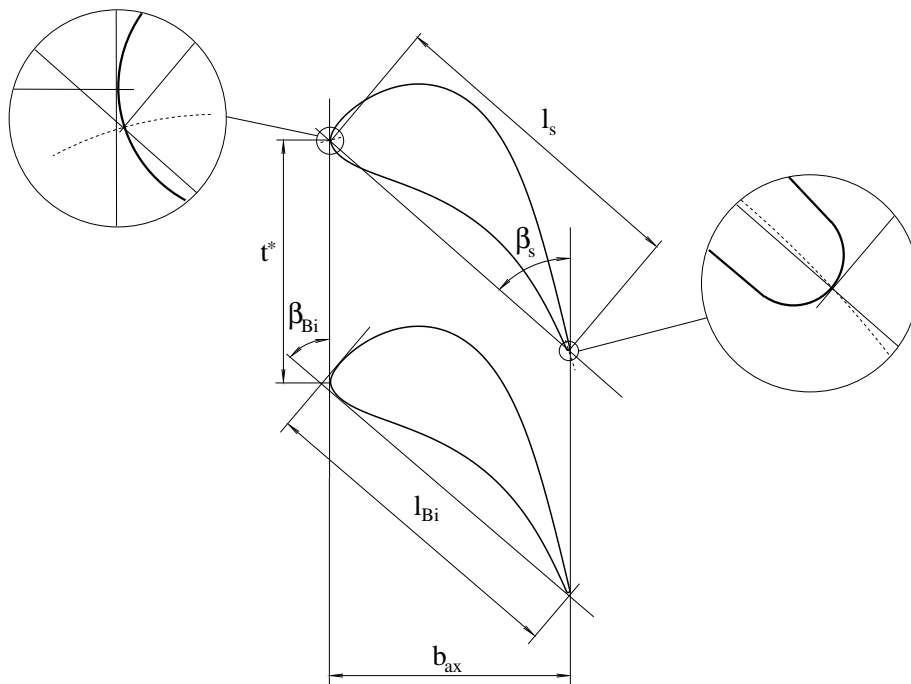


Abbildung A.1: Gittergeometrie

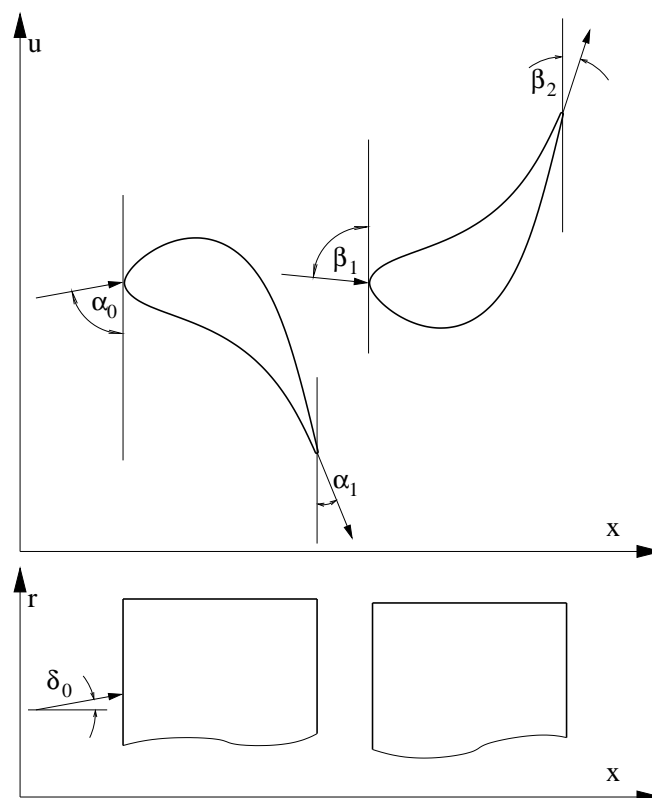


Abbildung A.2: Strömungswinkel

# Literaturverzeichnis

- [1] ADAMCZYK, J. J.: *Aerodynamic Analysis of Multistage Turbomachinery Flows in Support of Aerodynamic Design*. Journal of Turbomachinery, 122:189–217, 2000.
- [2] ARNONE, A., M. MARCONCINI, R. PACCIANI, C. SCHIPANI und E. SPANO: *Numerical Investigation of Airfoil Clocking in a Three-Stage Low Pressure Turbine*. In: *Proceedings of ASME TurboExpo*, Band 2001-GT-0303, 2001.
- [3] AUBÉ, M. und CH. HIRSCH: *Numerical Investigation of an  $1\frac{1}{2}$  Axial Turbine Stages at Quasi-Steady and Fully Unsteady Conditions*. In: *Proceedings of ASME TurboExpo*, Band 2001-GT-0309, 2001.
- [4] BEAM, R. und R. F. WARMING: *An Implicit Finite-Difference Algorithm for Hyperbolic Systems in Conservation Law Form*. Journal of Computational Physics, 22:87–110, 1976.
- [5] BINDER, A., W. FÖRSTER, H. KRUSE und H. ROGGE: *An Experimental Investigation Into the Effect of Wakes on the Unsteady Turbine Rotor Flow*. In: *Proceedings of ASME*, Band 84-GT-178, 1984.
- [6] BRONSTEIN, I. N. und K. A. SEMENDJAJEW: *Taschenbuch der Mathematik*. Verlag Harri Deutsch, 1984.
- [7] BURGOS, M. A. und R. CORRAL: *Application of Phase-Lagged Boundary Conditions to Rotor/Stator Interaction*. In: *Proceedings of ASME TurboExpo*, Band 2001-GT-0586, 2001.
- [8] BUSBY, J. A., M. G. DUNN, B. L. VENABLE, R. L. DAVIS, C. W. HALDEMAN, R. A. DELANEY, D. J. DORNEY und R. S. ABHARI: *Influence of Vane-Blade Spacing on Transonic Turbine Stage Aerodynamics, Part I: Time-Averaged Data and Analysis*. In: *Proceedings of ASME*, Band 98-GT-481, 1998.
- [9] BUSBY, J. A., M. G. DUNN, B. L. VENABLE, R. L. DAVIS, C. W. HALDEMAN, R. A. DELANEY, D. J. DORNEY und R. S. ABHARI: *Influence of Vane-Blade Spacing on Transonic Turbine Stage Aerodynamics, Part II: Time-Resolved Data and Analysis*. In: *Proceedings of ASME*, Band 98-GT-482, 1998.
- [10] BUSBY, J. A., D. SONDAK, B. STAUBACH und R. DAVIS: *Deterministic Stress Modeling of Hot Gas Segregation in a Turbine*. Journal of Turbomachinery, 122:62–67, 2000.
- [11] CASCIARO, C., M. TREIBER und M. SELL: *Unsteady Transport Mechanisms in an Axial Turbine*. In: *Proceedings of ASME TurboExpo*, Band 2000-GT-0440, 2000.

- [12] CHEN, H. C. und V. C. PATEL: *Near-Wall Turbulence Models for Complex Flows Including Separation*. AIAA Journal, 26(6):641–648, 1988.
- [13] DAVIES, M. R. D., F. K. O'DONNELL und A. J. NIVEN: *Turbine Blade Entropy Generation Rate - Part I: The Boundary Layer Defined*. In: *Proceedings of ASME TurboExpo*, Band 2000-GT-265, 2000.
- [14] DAVIES, M. R. D., F. K. O'DONNELL und A. J. NIVEN: *Turbine Blade Entropy Generation Rate - Part II: The Measured Loss*. In: *Proceedings of ASME TurboExpo*, Band 2000-GT-266, 2000.
- [15] DAWES, W. N.: *Simulation of Unsteady Blade Row Interaction with CFD: Applications*. In: *Blade Row Interference Effects in Axial Turbomachinery Stages*, Lecture Series 1998-02. von Karman Institute for Fluid Dynamics, 1998.
- [16] DAWES, W. N.: *Simulation of Unsteady Blade Row Interaction with CFD: Background*. In: *Blade Row Interference Effects in Axial Turbomachinery Stages*, Lecture Series 1998-02. von Karman Institute for Fluid Dynamics, 1998.
- [17] DENTON, J. D.: *The Calculation of Three- Dimensional Viscous Flow Through Multistage Turbomachines*. Journal of Turbomachinery, 114:18–26, 1992.
- [18] DENTON, J. D.: *Loss Mechanisms in Turbomachines*. Journal of Turbomachinery, 115:621–656, 1993.
- [19] DIBELIUS, G. H. und E. AHLERS: *Influence of Periodically Unsteady Wake Flow on the Flow Separation in Blade Channels*. Journal of Turbomachinery, 114:108–113, 1992.
- [20] DUNN, M. G., W. A. BENNETT, R. A. DELANEY und K. V. RAO: *Investigation of Unsteady Flow Through a Transonic Turbine Stage: Data/Prediction Comparison for Time-Averaged and Phase-Resolved Pressure Data*. Journal of Turbomachinery, 114:91–99, 1992.
- [21] DUNN, M. G., C. W. HALDEMAN, R. S. ABHARI und M. L. MCMILLAN: *Influence of Vane/Blade Spacing on the Heat Flux for a Transonic Turbine*. Journal of Turbomachinery, 122:684–691, 2000.
- [22] DURALI, M. und J. L. KERREBROCK: *Stator Performance and Unsteady Loading in Transonic Compressor Stages*. Journal of Turbomachinery, 120:224–232, 1998.
- [23] ENGEL, K.: *Numerische Simulation der instationären Strömung in Turbomaschinenkomponenten*. Dissertation, Universität GH Essen, 1995.
- [24] EULITZ, F., K. ENGEL und H. GEBING: *Application of a One-Equation Eddy-Viscosity Model to Unsteady Turbomachinery Flow*. In: *Engineering Turbulence Modelling and Experiments*, 1996.
- [25] EULITZ, F., K. ENGEL und H. GEBING: *Numerical Investigation of the Clocking Effects in a Multistage Turbine*. In: *Proceedings of ASME*, Band 96-GT-26, 1996.
- [26] FLETSCHER, C. A. J.: *Computational Techniques for Fluid Dynamics*. Springer-Verlag, 1991.

- [27] FOTTNER, L.: *Untersuchungen am Turbinengitter T140 zur Bestimmung des Einflusses der Oberflächenstruktur auf Sekundärströmungs- und Nachlaufeigenschaften*. Technischer Bericht, Universität der Bundeswehr München Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik Institut für Strahlenantriebe, 1997. Forschungsprogramm Siemens KWU.
- [28] FRITSCH, G. und M. B. GILES: *An Asymptotic Analysis of Mixing Loss*. Journal of Turbomachinery, 117:367–374, 1995.
- [29] GALLUS, H. E.: *Unsteady Aerodynamic Measurements on Rotors*. In: *AGARD Manual on Aeroelasticity in Axial-Flow Turbomachines*, Band 1, 1997.
- [30] GERSTEN, K.: *Einführung in die Strömungsmechanik*. Vieweg-Verlag, Wiesbaden, 1991.
- [31] GERSTEN, K. und H. HERWIG: *Strömungsmechanik*. Vieweg-Verlag, Wiesbaden, 1992.
- [32] GILES, M. B.: *Non-Reflecting Boundary Conditions for Unsteady Airfoil Calculations*. In: *Proceedings of 3rd International Conference on Hyperbolic Problems*, Band CFDL-TR-90-1, 1990.
- [33] GILES, M. B.: *UNSFLOW: A Numerical Method for the Calculation of Unsteady Flow in Turbomachinery*. GTL Report No. 205, 1991.
- [34] GREITZER, E. M.: *An Introduction to Unsteady Flow in Turbomachines*. Thermodynamics and Fluidmechanics in Turbomachinery, 2:967–1025, 1986.
- [35] GRÖNNER, J.: *Numerische Simulation von kompressiblen, reibungsbehafteten und chemisch reagierenden Strömungen*. Dissertation, Universität GH Essen, 1994.
- [36] HALL, K. C., R. FLOREA und P.J. LANZKRON: *A Reduced Order model of Unsteady Flows in Turbomachinery*. Journal of Turbomachinery, 117:375–383, 1995.
- [37] HILGENSTOCK, A. und R. ERNST: *Analysis of Installation Effects by Means of Computational Fluid Dynamics - CFD Versus Experiments?* Flow Measurement and Instrumentation, 7(3/4), 1996.
- [38] HODSON, H. P.: *Blade Row Interactions in Low Pressure Turbines*. In: *Blade Row Interference Effects in Axial Turbomachinery Stages*, Lecture Series 1998-02. von Karman Institute for Fluid Dynamics, February 1998.
- [39] HODSON, H. P. und W. N. DAWES: *On the Interpretation of Measured Profile Losses in Unsteady Wake - Turbine Blade Interaction Studies*. Journal of Turbomachinery, 120:276–284, 1998.
- [40] HOYNINGEN-HUENE, M. VON: *Numerische Untersuchung von Stator-Rotor- Wechselwirkungsphänomenen in einer industriellen Gasturbine im Hinblick auf die Auslegung*. Dissertation, Universität Siegen, 2000.
- [41] HÄRTEL, C.: *Turbulent Flows: Direct Numerical Simulation and Large-Eddy Simulation*. In: PEYRET, R. (Herausgeber): *Handbook of Computational Fluid Mechanics*. Academic Press, 1996.

- [42] HUMMEL, F.: *Wake - Wake Interaction and Its Potential for Clocking in a Transonic High-Pressure Turbine*. Journal of Turbomachinery, 124:69–76, 2002.
- [43] INCORPORATED, FLUENT: *Fluent 5 User's Guide*, 1998.
- [44] INCORPORATED, FLUENT: *Gambit Modeling Guide*, 1998.
- [45] INCORPORATED, FLUENT: *ERCOFTAC F1 and U1 Test Cases Modeled*, 2000.
- [46] JÖCKER, M., F. X. HILLION, T. H. FRANSSON und U. WÄHLÉN: *Numerical Flow Analysis of a Turbine Stage With Extremely Large Blade Loads*. Journal of Turbomachinery, 124:429–438, 2002.
- [47] JENNIONS, I. K. und J. J. ADAMCZYK: *Evaluation of the Interaction Losses in a Transonic Turbine HP Rotor/LP Vane Configuration*. Journal of Turbomachinery, 119:68–76, 1997.
- [48] JUNG, A.: *Berechnung der Stator-Rotor-Wechselwirkung in Turbomaschinen*. Dissertation, Universität Stuttgart, 2000.
- [49] KELECY, F. J., J. W. GRIFFIN und R. A. DELANEY: *The Effect of Van-Blade Spacing on Transonic Turbine Stage Performance*, 1996. AGARD CP 571.
- [50] KISTNER, B.: *Modellierung und numerische Simulation der Nachlaufstruktur von Turbomaschinen am Beispiel einer Axialturbinstufe*. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 1999.
- [51] KORAKIANITIS, T.: *On the Prediction of Unsteady Forces on Gas Turbine Blades: Part I - Description of the Approach*. Journal of Turbomachinery, 114:114–122, 1992.
- [52] KORAKIANITIS, T.: *On the Prediction of Unsteady Forces on Gas Turbine Blades: Part II - Analysis of the Results*. Journal of Turbomachinery, 114:123–131, 1992.
- [53] LAUMERT, B., H. MÅRTENSSON und T. H. FRANSSON: *Investigation of Unsteady Aerodynamic Blade Excitation Mechanisms in a Transonic Turbine Stage - Part I: Phenomenological Identification and Classification*. Journal of Turbomachinery, 124:410–418, 2002.
- [54] LAUMERT, B., H. MÅRTENSSON und T. H. FRANSSON: *Investigation of Unsteady Aerodynamic Blade Excitation Mechanisms in a Transonic Turbine Stage - Part II: Analytical Description and Quantification*. Journal of Turbomachinery, 124:419–428, 2002.
- [55] LAUNDER, B. E. und D. B. SPALDING: *Lectures in Mathematical Models of Turbulence*. Academic Press, London, 1972.
- [56] LAUNDER, B. E. und D. B. SPALDING: *The Numerical Computation of Turbulent Flows*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 3:269–289, 1974.
- [57] LAVANTE, E. VON: *The Accuracy of Upwind Schemes Applied to the Navier-Stokes Equations*. AIAA Journal, 28(7), 1990.

- [58] LAVANTE, E. VON und A. HAERTL: *Numerical Solutions of Euler Equations Using Simplified Flux Vector Splitting*. AIAA/SAE/ASME/ASEE 21st Joint Propulsion Conference, 1985. AIAA-85-1333.
- [59] LAVANTE, E. VON, O. SCHMID und M. MOCZALA: *Wake-Rotor Interaction in Turbine Stages*. In: BOIS, G., R. DECUYPERE und F. MARTELLI (Herausgeber): *Proceedings of 4th European Conference on Turbomachinery Fluid Dynamics and Thermodynamics*, Seiten 961–971, 2001.
- [60] LAVANTE, E. VON und J. YAO: *Simulation of Flow in Exhaust Manifold of an Reciprocating Engine*. In: AIAA (Herausgeber): *Proceedings of 24th Fluid Dynamics Conference*, 1993.
- [61] LEWIS, J. P., R. A. DELANEY und E. J. HALL: *Numerical Prediction of Turbine Vane-Blade Interaction*. In: *Proceedings of AIAA*, Band 87-2149, 1987.
- [62] LIVESEY, J. L.: *Flow Property Averaging Methods for Compressible Internal Flows*. AIAA 20th Aerospace Sciences Meeting, 1982. AIAA-82-0135.
- [63] MITRAN, S., D. CARAENI und D. LIVESCU: *Large Eddy Simulation of Unsteady Rotor-Stator Interaction in a Centrifugal Compressor*. In: *Proceedings of AIAA*, Band 97-3006, 1997.
- [64] MOCZALA, M.: *Berechnungsbericht - Einzelgitter*. Technischer Bericht, SIEMENS Power Generation, 2001. Verbundforschungsvorhaben:  $CO_2$ -armes Kraftwerk „500 MW auf einer Welle“ (AG Turbo II) TP 2.1.5A „Numerische Simulation instationärer Strömungen in Turbinenstufen“.
- [65] MOCZALA, M.: *Berechnungsbericht - instationäre Stufenströmung*. Technischer Bericht, SIEMENS Power Generation, 2002. Verbundforschungsvorhaben:  $CO_2$ -armes Kraftwerk „500 MW auf einer Welle“ (AG Turbo II) TP 2.1.5A „Numerische Simulation instationärer Strömungen in Turbinenstufen“.
- [66] MOCZALA, M.: *Berechnungsbericht - instationäre Stufenströmung. Variation des Verhältnisses der Teilungen*. Technischer Bericht, SIEMENS Power Generation, 2003. Verbundforschungsvorhaben:  $CO_2$ -armes Kraftwerk „500 MW auf einer Welle“ (AG Turbo II) TP 2.1.5A „Numerische Simulation instationärer Strömungen in Turbinenstufen“.
- [67] MOCZALA, M.: *Berechnungsbericht - Variation des Inzidenzwinkels*. Technischer Bericht, SIEMENS Power Generation, 2003. Verbundforschungsvorhaben:  $CO_2$ -armes Kraftwerk „500 MW auf einer Welle“ (AG Turbo II) TP 2.1.5A „Numerische Simulation instationärer Strömungen in Turbinenstufen“.
- [68] MOCZALA, M., E. VON LAVANTE und M. PARVIZINIA: *Influence of Axial Stator-Rotor Gap on Unsteady Losses in a Typical Steam Turbine Stage*. In: ŁÓDZKA, POLITECHNIKA (Herausgeber): *Ciepłne Maszyny Przepływowe - Turbomachinery*, Band 122, Seiten 231–238, 2002.
- [69] MOCZALA, M., E. VON LAVANTE und M. PARVIZINIA: *Numerical Investigation of Losses Due to Unsteady Effects in Axial Turbines*. In: *Proceedings of ASME TurboExpo*, Band GT-2003-38838, 2003.

- [70] NG, W. F. und A. H. EPSTEIN: *Unsteady Losses in Transonic Compressors*. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 107:345–353, 1985.
- [71] OERTEL, H. und E. LAURIEN: *Numerische Strömungsmechanik*. Springer-Verlag, 1995.
- [72] ORSZAG, S. A.: *Introduction to Renormalization Group Modeling of Turbulence*. Oxford University Press, 1996.
- [73] PATANKAR, S. V.: *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Hemisphere, Washington, D.C., 1980.
- [74] PLETCHER, R. H. und K. H. CHEN: *On Solving the Compressible Navier-Stokes equations for Unsteady Flows at Very Low Mach Numbers*. AIAA Journal, 93-3368-CP, 1993.
- [75] POPE, S. B.: *PDF Methods for Turbulent Reactive Flows*. Progress in Energy and Combustion, 11(6):119–192, 1985.
- [76] PROBASCO, D. P., J. M. WOLFF, W. W. COPENHAVER und R. M. CHRISS: *Unsteady Blade Row Potential Interaction in a Compression Stage*. In: *Proceedings of AIAA*, Band 97-3285, 1997.
- [77] PULLIAM, T. H.: *Time Accuracy and the Use of Implicit Methods*. AIAA-93-3360-CP, 1993.
- [78] RAI, M. M.: *A Conservative Treatment of Zonal Boundaries for Euler Equation Calculations*. Journal of Computational Physics, 62, 1986.
- [79] REINMÖLLER, U., B. STEPHAN, S. SCHMIDT und R. NIEHUIS: *Clocking Effects in a 1.5 Stage Axial Turbine - Steady and Unsteady Experimental Investigations Supported by Numerical Simulations*. Journal of Turbomachinery, 124:52–60, 2002.
- [80] RIE, C. M., A. J. GLEIXNER, D. A. SPEAR, C. J. FISCHBERG und R. M. ZACHARIAS: *Development and Application of a Multistage Navier-Stokes Solver: Part I-Multistage Modeling Using Bodyforces and Deterministic Stresses*. Journal of Turbomachinery, 120:205–214, 1998.
- [81] ROACHE, P. J.: *Perspective: A Method for Uniform Reporting of Grid Refinement Studies*. Journal of Fluids Engineering, 116, 1994.
- [82] RODI, W.: *Numerische Berechnung turbulenter Strömungen in Forschung und Praxis*. Universität Karlsruhe Institut für Hydromechanik, 1996. Unterlagen zum Kurzlehrgang.
- [83] SAXER, A. P. und M. B. GILES: *Inlet Radial Temperature Redistribution in a Transonic Turbine Stage*. In: *Proceedings of AIAA*, Band 90-1543, 1990.
- [84] SCHLICHTING, H. und K. GERSTEN: *Boundary Layer Theory*. Springer-Verlag, 2000.
- [85] SCHMID, O., A. BUSSMANN, E. VON LAVANTE und M. MOCZALA: *Numerical Simulations of Flows in Components of Turbomachines Using Various Implicit Methods*. In: *IMEchE Conference Transactions*, Band 1A, Seiten 645–654, 1999.



- [86] SHARMA, O. P., T. L. BUTLER, H. D. JOSLYN und R. P. DRING: *Three-Dimensional Unsteady Flow in an Axial Flow Turbine*. AIAA Journal of Propulsion, 1:29–38, 1985.
- [87] SHARMA, O. P., R. H. NI und S. TANRIKUT: *Unsteady Flows in Turbines - Impact on Design Procedure*. In: *Turbomachinery Design Using CFD*, AGARD Lecture Series. AGARD, 1994.
- [88] SHARMA, O. P., G. F. PICKETT und R. H. NI: *Assessment of Unsteady Flows in Turbines*. Journal of Turbomachinery, 114:79–90, 1992.
- [89] SHIH, T. H., W. W. LIOU, A. SHABBIR und J. ZHU: *A New  $k - \varepsilon$  Eddy-Viscosity Model for High Reynolds Number Turbulent Flows - Model Development and Validation*. Computers Fluids, 24(3):227–238, 1995.
- [90] SPALART, P. R. und S. R. ALLMARAS: *An One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows*. 30th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, 1992.
- [91] STURM, W. und L. FOTTNER: *The High-Speed Cascade Wind-Tunnel of the German Armed Forces University Munich*. 8th Symposium of Measuring Techniques for Transonic and Supersonic Flows in Cascades and Turbomachines, 1985.
- [92] SWIRYDCZUK, J.: *Vortex Dynamics of the Stator Wake-Rotor Cascade Interaction*. Transactions of the ASME, 124, 2002.
- [93] TRAUPEL, W.: *Thermische Turbomaschinen*. Springer-Verlag, 1988.
- [94] TRUCKENBRODT, E.: *Fluidmechanik*. Springer-Verlag, 1989.
- [95] VOLMAR, T. W.: *Zeitgenaue Dreidimensionale Simulation der Rotor-Stator - Interaktion in Turbomaschinen durch numerische Lösung der Navier-Stokes - Gleichungen*. Dissertation, RWTH Aachen, 1998.
- [96] WALL, A. G. VAN DE, J. R. KADAMBI und J. J. ADAMCZYK: *A Transport Model for the Deterministic Stresses Associated With Turbomachinery Blade Row Interaction*. Journal of Turbomachinery, 122:593–603, 2000.
- [97] WALREAVENS, R. E.: *Experimentelle Analyse dreidimensionaler instationärer Strömungseffekte in einer  $1\frac{1}{2}$ -stufigen Axialturbine*. Fortschritt-Berichte VDI, Düsseldorf, 2000.
- [98] WALREAVENS, R. E. und H. E. GALLUS: *Stator-Rotor-Stator Interaction in an Axial Flow Turbine and its Influence on loss Mechanisms*, 1996. AGARD CP 571.
- [99] WISLER, D. C., C. S. TAN, J. J. ADAMCZYK und E. M. GREITZER: *Unsteady Flow in Turbomachines: Where's the Beef?* ASME Publications, 40, 1994.
- [100] WOLFSTEIN, M.: *The Velocity and Temperature Distribution of One- Dimensional Flow with Turbulence Augmentation and Pressure Gradient*. Heat Mass Transfer, 12:301–318, 1969.
- [101] YAKHOT, V. und S. A. ORSZAG: *Renormalization Group Analysis of Turbulence: I. Basic Theory*. Scientific Computing, 1:3–51, 1986.

- 
- [102] YAN, J. und D. GREGORY-SMITH: *CFD Simulations of 3-Dimensional Flow in Turbomachinery Applications*. ERCOFTAC Workshop, Lac Clusaz, France, 2000.
- [103] YAO, J.: *Numerische Simulation der Multi-Dimensionalen Strömung in Kolbenmotoren*. Dissertation, Universität GH Essen, 1998.
- [104] ZACCARIA, M. A. und B. LAKSHMINARAYANA: *Unsteady Flow Field Due to Nozzle Wake Interaction with the Rotor in an Axial Flow Turbine: Part I - Rotor Passage Flow Field*. In: *Proceedings of ASME*, Band 95-GT-295, 1995.
- [105] ZACCARIA, M. A. und B. LAKSHMINARAYANA: *Unsteady Flow Field Due to Nozzle Wake Interaction with the Rotor in an Axial Flow Turbine: Part II - Rotor Exit Flow Field*. In: *Proceedings of ASME*, Band 95-GT-296, 1995.

# Lebenslauf

Name: Michael Moczala  
Geburtsdatum: 21.01.1968  
Geburtsort: Rybnik/Polen  
Familienstand: verheiratet, 2 Kinder  
Staatsangehörigkeit: deutsch

## Schul- und Berufsausbildung

1975 - 1983 Allgemeinbildende Schule in Rybnik/Polen  
1983 - 1988 Technische Fachschule für Kfz-Wesen in Pless/Polen  
Ausbildung zum Kfz Mechaniker, Technikerprüfung

## Studium

1988 - 1992 Technische Fachhochschule Tschenstochau/Polen  
Studiengang: Maschinenbau  
Studienrichtung: Strömungsmaschinen  
1993 - 1994 Akademie für Bildung und Sprache e. V. in Essen  
Deutschkurs im Rahmen eines Stipendiums der Otto-Benecke-Stiftung  
1994 - 1997 Weiterführendes Maschinenbaustudium an der Universität Essen  
Studienrichtung: Energie- und Maschinentechnik

## Berufserfahrung

01/1998 - 08/2003 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Strömungsmaschinen der Universität Duisburg-Essen  
Bearbeitung der Verbundforschungsvorhaben SUPEA (Simulation Umweltrelevanter Prozesse in der Energie- und Antriebstechnik) und AG Turbo II - „Gas- und Dampfturbinen für das Kraftwerk des 21. Jahrhunderts“  
seit 09/2003 Berechnungsingenieur bei TRW Automotive GmbH in Düsseldorf